

Diskrete Mathematik I (SS 2013)

Übungsblatt 9

Abgabe: Mo, 10. Juni 2013, 12:00 im Fach von S. Schwartz (Arnimallee 3)

Aufgabe 1. **10 Punkte**

Wie viele geordnete Paare $A \subseteq B \subseteq [n]$, $n \in \mathbb{N}$, gibt es?

Aufgabe 2. **10 Punkte**

Wie viele Möglichkeiten gibt es, 7 Elfen und 5 Kobolde in einer Reihe aufzustellen, so dass nie zwei Kobolde direkt hintereinander stehen, wenn

- a) die Elfen und Kobolde nicht unterscheidbar sind,
- b) die Elfen und Kobolde unterscheidbar sind?

Aufgabe 3. **10 Punkte**

Beweisen Sie: Für alle $r, n \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$\sum_{k=0}^n \binom{r+k}{k} = \binom{n+r+1}{n}.$$

Aufgabe 4. **10 Punkte**

Zeigen Sie:

- a) $s_{n,1} = (n-1)!$, $n \in \mathbb{N}$.
- b) $s_{n,n-1} = \binom{n}{2}$, $n \in \mathbb{N}$.
- c) $s_{n,n} = 1$, $n \in \mathbb{N}_0$.
- d) $s_{n,2} = (n-1)!H_{n-1}$, $n \in \mathbb{N}$, wobei $H_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k}$.
- e) $S_{n,1} = S_{n,n} = 1$, $n \in \mathbb{N}$.
- f) $S_{n,n-1} = \binom{n}{2}$, $n \in \mathbb{N}$.
- g) $S_{n,2} = 2^{n-1} - 1$, $n \in \mathbb{N}$.