

Inhaltsverzeichnis

Überblick	1
1 Zeitabhängige Prozesse in Natur und Technik	7
1.1 Newtonsche Himmelsmechanik	10
1.2 Klassische Moleküldynamik	16
1.3 Chemische Reaktionskinetik	22
1.4 Elektrische Schaltkreise	30
Übungsaufgaben	36
2 Existenz und Eindeutigkeit bei Anfangswertproblemen	43
2.1 Globale Existenz und Eindeutigkeit	44
2.2 Beispiele maximaler Fortsetzbarkeit	50
2.3 Struktur nichteindeutiger Lösungen	55
2.4 Schwach singuläre Anfangswertprobleme	63
2.5 Singuläre Störungsprobleme	69
2.6 Quasilineare differentiell–algebraische Probleme	73
Übungsaufgaben	84
3 Kondition von Anfangswertproblemen	89
3.1 Sensitivität gegen Störungen	90
3.1.1 Propagationsmatrizen	90
3.1.2 Konditionszahlen	96
3.1.3 Störungsindex differentiell–algebraischer Probleme . .	101
3.2 Stabilität von Differentialgleichungen	106
3.2.1 Begriff der Stabilität	107
3.2.2 Lineare autonome Differentialgleichungen	110
3.2.3 Stabilität von Fixpunkten	118
3.3 Stabilität rekursiver Abbildungen	123
3.3.1 Lineare autonome Rekursionen	123
3.3.2 Spektren rationaler Funktionen von Matrizen	130
Übungsaufgaben	132

4	Einschrittverfahren für nichtsteife Anfangswertprobleme	137
4.1	Konvergenztheorie	138
4.1.1	Konsistenz	140
4.1.2	Konvergenz	142
4.1.3	Begriff der Steifheit	147
4.2	Explizite Runge–Kutta–Verfahren	150
4.2.1	Idee von Runge–Kutta–Verfahren	151
4.2.2	Klassische Runge–Kutta–Verfahren	157
4.2.3	Runge–Kutta–Verfahren höherer Ordnung	164
4.2.4	Diskrete Konditionszahlen	175
4.3	Explizite Extrapolationsverfahren	179
4.3.1	Idee von Extrapolationsverfahren	179
4.3.2	Asymptotische Entwicklung des Diskretisierungsfehlers	185
4.3.3	Extrapolation der expliziten Mittelpunktsregel	189
4.3.4	Extrapolation der Störmer/Verlet–Diskretisierung	198
	Übungsaufgaben	206
5	Adaptive Steuerung von Einschrittverfahren	215
5.1	Lokale Genauigkeitskontrolle	217
5.2	Regelungstechnische Analyse	221
5.2.1	Exkurs über PID–Regler	222
5.2.2	Schrittweitensteuerung als Regler	225
5.3	Fehlerschätzung	228
5.4	Eingebettete Runge–Kutta–Verfahren	232
5.5	Lokale gegen erzielte Genauigkeit	238
	Übungsaufgaben	242
6	Einschrittverfahren für steife und differentiell–algebraische Anfangswertprobleme	245
6.1	Vererbung asymptotischer Stabilität	248
6.1.1	Rationale Approximation der Matrizenexponentiellen	249
6.1.2	Stabilitätsgebiete	251
6.1.3	Stabilitätsbegriffe	260
6.1.4	Reversibilität und diskrete Isometrien	264
6.1.5	Erweiterung auf nichtlineare Probleme	268
6.2	Implizite Runge–Kutta–Verfahren	272
6.2.1	Stabilitätsfunktionen	279
6.2.2	Lösung der nichtlinearen Gleichungssysteme	283
6.3	Kollokationsverfahren	288
6.3.1	Idee der Kollokation	288
6.3.2	Gauß– und Radau–Verfahren	298
6.3.3	Dissipative Differentialgleichungen	302

6.3.4	Erhalt quadratischer erster Integrale	308
6.4	Linear-implizite Einschrittverfahren	311
6.4.1	Linear-implizite Runge-Kutta-Verfahren	312
6.4.2	Linear-implizite Extrapolationsverfahren	316
6.4.3	Dynamische Elimination schneller Freiheitsgrade	327
	Übungsaufgaben	339
7	Mehrschrittverfahren für Anfangswertprobleme	347
7.1	Mehrschrittverfahren über äquidistanten Gittern	349
7.1.1	Konsistenz	353
7.1.2	Stabilität	358
7.1.3	Konvergenz	364
7.1.4	Diskrete Konditionszahlen	374
7.2	Vererbung asymptotischer Stabilität	377
7.2.1	Schwache Instabilität bei Mehrschrittverfahren	379
7.2.2	Lineare Stabilität bei steifen Problemen	382
7.3	Direkte Konstruktion effizienter Verfahren	386
7.3.1	Adams-Verfahren für nichtsteife Probleme	386
7.3.2	BDF-Verfahren für steife Probleme	395
7.4	Adaptive Steuerung von Ordnung und Schrittweite	403
7.4.1	Adams-Verfahren über variablem Gitter	405
7.4.2	BDF-Verfahren über variablem Gitter	408
7.4.3	Nordsieck-Darstellung	418
	Übungsaufgaben	427
8	Randwertprobleme bei gewöhnlichen Differentialgleichungen	433
8.1	Sensitivität bei Zweipunkt-Randwertproblemen	434
8.1.1	Lokale Eindeutigkeit	434
8.1.2	Konditionszahlen	437
8.2	Anfangswertmethoden für zeitartige Randwertprobleme	441
8.2.1	Schießverfahren	441
8.2.2	Mehrzielmethode	445
8.3	Zyklische lineare Gleichungssysteme	451
8.3.1	Diskrete Konditionszahlen	453
8.3.2	Algorithmen	456
8.4	Globale Diskretisierungsmethoden für raumartige Randwertprobleme	461
8.4.1	Elementare Differenzenverfahren	463
8.4.2	Adaptive Kollokationsverfahren	471
8.5	Allgemeinere Typen von Randwertproblemen	474
8.5.1	Berechnung periodischer Lösungen	476
8.5.2	Parameteridentifizierung in Differentialgleichungen	483

8.6	Variationsprobleme	490
8.6.1	Klassische Variationsprobleme	490
8.6.2	Probleme der optimalen Steuerung	498
	Übungsaufgaben	505
Software		513
Literatur		515
Index		525