

Vorwort

Begünstigt durch die rasante Entwicklung der Rechner (Computer) und der Rechenmethoden (Algorithmen), ist die natur- und ingenieurwissenschaftliche Modellierung der Wirklichkeit in den letzten Jahren immer genauer und differenzierter geworden. Als Folge davon sind Mathematiker heute mit der Lösung sehr großer Differentialgleichungssysteme von hoher Komplexität konfrontiert. Dies erfordert die Einbettung des Faches *Numerische Mathematik* in das größere Gebiet *Scientific Computing*, oft auch als *Wissenschaftliches Rechnen* bezeichnet. Das vorliegende Buch trägt dieser Tatsache Rechnung und konzentriert sich vorrangig auf die Darstellung *effizienter Algorithmen* sowie ihrer mathematischen Theorie. Während die erste Auflage nur Anfangswertprobleme bei gewöhnlichen Differentialgleichungen und differentiell-algebraischen Gleichungen behandelt hatte, sind in der *zweiten Auflage* noch Randwertprobleme als weiterer Schwerpunkt hinzugekommen.

Dieses Buch richtet sich an *Studierende der Mathematik, Natur- oder Ingenieurwissenschaften*. Für Grundkenntnisse der Numerischen Mathematik verweisen wir auf die entsprechenden Stellen der zweiten oder dritten Auflage des einführenden ersten Bandes [56], welchen wir innerhalb des Textes kurz als „Band I“ zitieren. Aus der Analysis der gewöhnlichen Differentialgleichungen verwenden wir lediglich einfachere Existenz- und Eindeutigkeitssätze sowie elementare Lösungstechniken wie „Variation der Konstanten“ oder „Trennung der Variablen“. Aus der Funktionentheorie greifen wir an wenigen Stellen auf das Maximumprinzip sowie die Riemannsche Zahlensphäre zurück. Für angehende Naturwissenschaftler und Ingenieure mag die eine oder andere Passage etwas schwerer verdaulich sein; wir möchten sie deshalb durchaus ermutigen, technische Details mathematischer Beweise einfach zu überspringen und sich auf die Substanz der Aussagen zu konzentrieren. Wir haben uns ausdrücklich bemüht, die nur für Mathematiker wichtigen Fragen innerhalb von Beweisen oder Bemerkungen abzuhandeln, um so möglichst vielen Lesern (und Leserinnen — ein für allemal) den Zugang zu diesem Buch offenzuhalten.

Speziell für Mathematiker, die ja heutzutage nicht mehr unbedingt über Grundkenntnisse in den Naturwissenschaften verfügen, haben wir naturwissenschaftliche Einschübe vorgesehen, die uns im Zusammenhang mit gewöhnlichen Differentialgleichungen wichtig erschienen. Wir beginnen deshalb mit der elementaren Herleitung einiger Differentialgleichungsmodelle zeitabhängiger Prozesse in Natur und Technik.

Als roter Faden durch das ganze Buch zieht sich eine eingängige Abstimmung der *Begriffe* aus den Gebieten Numerik von Differentialgleichungen und Analysis dynamischer Systeme, z.B. in Bezug auf die *Vererbung von Eigenschaften* kontinuierlicher Differentialgleichungen auf ihre Diskretisierungen.

Bei *Anfangswertproblemen* führt der Begriff der *Evolution*, Ausdruck der Eindeutigkeit der Lösung, in natürlicher Weise zur *Kondition* und schließlich zur asymptotischen Stabilität. Einschrittverfahren lassen sich in strenger Analogie durch den Begriff *diskrete Evolution* charakterisieren, der wiederum zu *diskreter Kondition* und asymptotischer Stabilität von Rekursionen führt. Durch den Vergleich von kontinuierlicher und diskreter Kondition lassen sich für konkrete Diskretisierungen *steife* und *nichtsteife* Anfangswertprobleme einfach unterscheiden. Zugleich liefern diese Begriffe ein Rüstzeug zur Interpretation numerischer Resultate bei Hamiltonschen Systemen — ein wichtiges Thema, das jedoch im Rahmen dieses Buches nur gestreift werden kann.

Bei *Randwertproblemen* gehen wir ebenfalls von theoretischen Aussagen zur lokalen Eindeutigkeit von Lösungen aus. Sie führen uns direkt zur *Kondition* von Randwertproblemen und zur *diskreten Kondition* der zugehörigen Algorithmen. Der Vergleich mit Anfangswertproblemen legt eine Unterscheidung in *zeitartige* und *raumartige* Probleme nahe, die sich auf die dazu passenden Algorithmen überträgt. Eine wichtige Quelle von zeitartigen Randwertproblemen sind Probleme der *optimalen Steuerung*, deren Beschreibung wir deshalb hier eingefügt haben. Unsere Darstellung folgt weitgehend der Linie einer Vorlesung, die R. Bulirsch zuerst 1971 an der Universität zu Köln gehalten und seit 1973 an der TU München weiterentwickelt hat; der Erstautor hatte als Assistent wiederholt das Vergnügen, diese interessante Vorlesung zu begleiten. Ihr Inhalt war bisher in Lehrbuchform weitgehend unzugänglich.

Das Buch enthält eine Reihe ansonsten unpublizierter Resultate der Autoren. Soweit wir uns im hier vorgegebenen Rahmen fachlich beschränken mussten, haben wir weiterführende Literatur zitiert. Im gesamten Text sind immer wieder interessante Anwendungsbeispiele zur Illustration eingefügt. Zahlreiche Übungsaufgaben sollen der Vertiefung des Stoffes dienen. Darüberhinaus haben wir uns ausdrücklich nicht gescheut, bis in Details der algorithmischen Implementierung zu gehen. Unser Ziel ist, Mathematikern wie Programmanwendern genau dasjenige Hintergrundwissen zu vermitteln,

das nach unserer Erfahrung bei der Lösung wissenschaftlicher Probleme abseits der ausgetretenen Pfade wichtig ist. Die Namen ausgewählter Computerprogramme sind im Text genannt und im Index aufgeführt. Am Ende des Buches finden sich in einem *Softwareverzeichnis* einige Internet-Adressen, über welche diese Programme bezogen werden können.

An dieser Stelle möchten wir all jenen danken, die uns bei der Erstellung dieses Buches besonders unterstützt haben.

Für die *erste Auflage* geht unser spezieller Dank an: Rolf Krause für die Erstellung der Graphiken; Tilmann Friese, Jörg Heroth, Andreas Hohmann und Christof Schütte für die Durchsicht unserer Entwürfe; Michael Dellnitz für kritische Durchsicht des gesamten Manuskripts unter dem Blickwinkel der dynamischen Systeme.

Für die *zweite Auflage* geht unser erster Dank an Rainer Roitzsch (ZIB), ohne dessen fundierte Kenntnisse in mannigfachen kniffligen \TeX -Fragen dieses Buches nie erschienen wäre. Ebenso danken wir vom ZIB: Frank Cordes, Thorsten Hohage, Ulli Nowak, Marcus Weber, Martin Weiser und Lin Zschiedrich für technische wie mathematische Unterstützung; Erlinda Körnig und Sigrid Wacker für vielfältige Hilfe.

Von ausserhalb unserer Arbeitsgruppen würdigen wir dankbar Hilfe durch: Martin Arnold für den Hinweis auf einen versteckten Fehler in der ersten Auflage; Christian Lubich für wertvolle Hinweise zur Konzeption des Buches; Michael Günther und Caren Tischendorf für sehr nützliche Zuarbeit zu differentiell-algebraischen Problemen bei elektrischen Schaltkreisen; Georg Bock und Marc Steinbach für ausführliche Diskussionen zur Mehrzielmethode; Georg Bader für ausführliche Konsultationen zu adaptiven Kollokationsverfahren; Claudia Wulff für Zuarbeit beim periodischen Ringoszillator; ganz besonders schließlich Werner Rheinboldt für intensive Diskussionen, nicht nur zu Differentialgleichungen auf Mannigfaltigkeiten.

Abschließend danken wir ganz herzlich unseren Familien, die wegen der Arbeit an diesem Buch so manches Wochenende auf uns verzichten mussten — und dies fast ohne Murren getan haben.

Berlin und München, Dezember 2001

Peter Deufhard und Folkmar Bornemann