Technische Universität Berlin WS 1994/95
Fachbereich 3
Prof. M. Grötschel/N. Kamin

Kombinatorische Optimierung
10. Übungsblatt

37. Aufgabe **(5 Punkte)**
Gegeben sei das Parallel-Shop-Problem mit den Daten $m = 3, n = 9$ und $t = (3, 2, 2, 2, 4, 4, 4, 4, 9)$ und den Reihenfolgebedingungen $T_1 \to T_9$, $T_4 \to T_5$, $T_4 \to T_6$, $T_4 \to T_7$ und $T_4 \to T_8$.
Die optimale Fertigstellungszeit 12 ergibt sich bei Abarbeitung nach der Liste $L = [T_1, T_2, \ldots, T_n]$.
Zeigen Sie an diesem Beispiel, daß sich beim List-Scheduling trotz

1. Erhöhung der Zahl der Prozessoren
2. Reduktion der Ausführungszeiten
3. Vereinfachung der Reihenfolgebedingungen

die Fertigstellungszeit erhöhen kann. Man bezeichnet dieses Phänomen auch als List-Scheduling-Anomalie.
Versuchen Sie, allgemeine Beispiele zu finden, bei denen sich diese Anomalie besonders ungünstig auswirkt.

38. Aufgabe **(5 Punkte)**
Betrachten Sie die im folgenden beschriebene Heuristik **NEXT FIT** für das Bin-Packing-Problem.
Gegeben sei ein Bin-Packing-Problem durch die Folge $d, t_1, \ldots, t_n$.
Die Gegenstände werden in der Reihenfolge, wie sie in der Liste vorkommen, behandelt. Es gibt immer eine aktuelle Kiste und einen aktuellen Gegenstand. Dieser wird, falls möglich, in die aktuelle Kiste gepackt. Passt der aktuelle Gegenstand nicht in die aktuelle Kiste, wird diese zugemacht und eine neue leere Kiste die aktuelle Kiste.
Gibt es eine Gütegarantie für diese Heuristik? Wenn ja, was ist die bestmögliche Gütegarantie und warum? Wenn nein, geben Sie eine Beispielklasse an, auf der **NEXT FIT** beliebig schlecht arbeitet.

39. Aufgabe **(5 Punkte)**

(a) Zeigen Sie, daß die in Satz (10.4) angegebene Gütegarantie von $\epsilon = \frac{1}{2}$ für die Christofides-Heuristik angewendet auf das euklidischeTravelling Salesman Problem nicht verbessert werden kann.

(b) Man betrachte folgende GREEDY Heuristik für das Travelling Salesman Problem:
Die Kanten werden so sortiert, daß
$$c(e_1) \leq c(e_2) \leq \ldots \leq c(e_m)$$
gilt (mit $m = \frac{n(n-1)}{2}$).
Dann startet man mit $T = \emptyset$, und für $i = 1, 2, \ldots, m$ fügt man e_i zu T hinzu genau dann, wenn T dann immer noch in einer Rundreise durch alle Knoten enthalten ist. Konstruieren Sie Graphen, auf denen diese Heuristik möglichst schlecht arbeitet.

40. Aufgabe **(5 Punkte)**

(a) Formulieren Sie das asymmetrische Travelling Salesman Problem als ein ganzzahliges Optimierungsproblem.

(b) Das **Job-Sequencing-Problem** sei wie folgt definiert:
Gegeben seien n Jobs mit Ausführungszeiten $p_1, \ldots, p_n$, die auf einer Maschine in irgendeiner Reihenfolge ausgeführt werden sollen. Damit die Maschine den j-ten Job ausführen kann, muß sie im Zustand S_j (z.B. bestimmte Drehgeschwindigkeit) sein.
Es sei $t_{ij} = c_{ij} + p_j$ die Zeit, die benötigt wird, um den Job j direkt nach Job i ausführen zu können. Dabei ist c_{ij} die "Umrüstzeit", um die Maschine von Zustand S_i in S_j zu bringen.
Gesucht ist nun die Reihenfolge der Jobs mit Anfangs- und Endzustand S_0 und geringstem Zeitaufwand.
Formulieren Sie das Job-Sequencing-Problem als ein Travelling Salesman Problem.

Abgabe: 12.1.1995 VOR Beginn der großen Übung