Technische Universität Berlin
Fachbereich 3
Prof. M. Grötschel/N. Kamin

WS 1994/95

Kombinatorische Optimierung
12. Übungsblatt

45. Aufgabe **(5 Punkte)**

Formulieren Sie die folgenden kombinatorischen Optimierungsprobleme als ganzzahlige lineare Programme.

(a) Gegeben sei ein Graph $G = (V, E)$ mit Knotengewichten $c(v)$ für alle $v \in V$. Man bestimme eine stabile Knotenmenge maximalen Gewichts.

(b) Gegeben sei ein Graph $G = (V, E)$ mit Kantengewichten $m(e)$ für alle $e \in E$. Man bestimme ein Matching maximalen Gewichts.

46. Aufgabe **(5 Punkte)**

Gegeben sei ein binäres Knapsack-Problem

$$\begin{array}{rcl} \max c^T x & & \\ a^T x & \leq & b \\ x & \in & \{0,1\}^n. \end{array} \tag{K}$$

O.B.d.A. sei x^* die einzige Optimallösung, x eine (heuristische) Lösung von (K). Definiere iterativ die folgenden Relationen R^h für $h \in \mathbb{N}_0$ wie folgt:

$$iR^0 j \quad :\Longleftrightarrow \quad a_i \geq a_j \quad \text{und} \quad c_i \leq c_j.$$

$$iR^{h+1} j \quad :\Longleftrightarrow \quad iR^h j \quad \text{oder} \quad \exists S \subseteq \{1, \ldots, n\} : \begin{cases} sR^h j & \forall s \in S \\ a_j + \sum_{s \in S} a_s \leq a_i \\ c_j + \sum_{s \in S} c_s \geq c_i \end{cases}$$

Setze dann

$$R := \lim_{h \to \infty} R^h.$$

Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

1. $x_i^* = 0$ und $jRi \Longrightarrow x_j^* = 0$.
2. $x_i^* = 1$ und $iRj \Longrightarrow x_j^* = 1$.
3. $\sum_{iRj} a_j > b \Longrightarrow x_i^* = 0$.
4. $c^T \mathbb{1} - \sum_{jRi} c_j < c^T x \Longrightarrow x_i^* = 1$.

Interpretieren Sie die obigen Aussagen.

47. Aufgabe **(5 Punkte)**

Zeigen Sie, wie das Knapsack-Problem (pseudopolynomial) in ein Kürzeste-Wege-Problem transformiert werden kann. Was sagt dies über die Komplexität des Knapsack-Problems aus?

48. Aufgabe **(5 Punkte)**

Beschreiben Sie eine polynomiale Transformation des 0/1-Gleichungs-Knapsack-Problems auf das Gleichungs-Knapsack-Problem.

Abgabe: 26.1.1995 VOR Beginn der großen Übung