Technische Universität Berlin WS 1994/95
Fachbereich 3
Prof. M. Grötschel/N. Kamin

Kombinatorische Optimierung
2. Übungsblatt

5. Aufgabe **(5 Punkte)**
Formulieren Sie das folgende Flugzeug-Routing-Problem als gemischt-ganzzahliges Optimierungsproblem:
Gegeben seien n Flüge. Zu jedem Flug seien Zeiten $t_1, \ldots, t_n$ gegeben, die der Summe aus Block- und Bodenzeiten entsprechen. Dabei setzt sich die Blockzeit aus der Flugzeit und der Zeit zusammen, die zum Rollen an den Flughäfen benötigt wird. Die Bodenzeit entspricht der Zeit für das Be- und Entladen der Maschine mit Passagieren und Gepäck und für das Auftanken, Säubern und die Aufnahme von Verpflegung. Ferner seien Zeitfenster vorgegeben, innerhalb derer die Abflugzeiten der Flüge liegen müssen. Eine Rotation ist die Hintereinanderkoppelung von Flügen, die von einem Flugzeug ausgeführt werden, wobei für je zwei unmittelbar nacheinander ausgeführte Flüge der Ankunftflughafen des ersten der Abflugflughafen des zweiten ist und der Abflugzeitpunkt des zweiten Fluges frühestens auf dem Ankunftszeitpunkt zuzüglich Block- und Bodenzeit des erstens Fluges liegt. Die Flüge sollen nun so zu einzelnen Rotationen kombiniert werden, daß die Flottengröße minimal wird, wobei jeder Flug genau einmal ausgeführt werden muß. Dabei sollen keine neuen Flüge eingefügt werden.

6. Aufgabe **(5 Punkte)**
Beweisen Sie, daß für einen Graphen $G = (V, E)$ mit $n \geq 2$ Knoten die folgenden Aussagen äquivalent sind.

(1) G ist ein Baum.

(2) G ist zusammenhängend und enthält keinen Kreis.

(3) G ist zusammenhängend und enthält $n - 1$ Kanten.

(4) G enthält $n - 1$ Kanten aber keinen Kreis.

(5) G ist minimal zusammenhängend (d. h. G ist zusammenhängend, und $G - e$ ist unzusammenhängend für alle $e \in E$).

(6) G enthält keinen Kreis, und bei Hinzufügen einer Kante wird genau ein Kreis erzeugt.

(7) Für je zwei Knoten u und v aus V gibt es genau einen $[u, v]$-Weg in G.

7. Aufgabe **(5 Punkte)**
Zeigen Sie:
Je 2 längste Wege in einem Baum haben mindestens einen gemeinsamen Knoten.

8. Aufgabe **(5 Punkte)**
Zeigen Sie, wie man einen Algorithmus zur Lösung des perfekten Matching-Problems dazu verwenden kann, in einem ungerichteten Graphen (mit positiven Kantengewichten) einen kürzesten $[u, v]$-Weg mit gerader Kantenzahl zu finden.

Abgabe: 3.11.1994 VOR Beginn der großen Übung