Technische Universität Berlin
Fachbereich 3
Prof. M. Grötschel/N. Kamin

WS 1994/95

Kombinatorische Optimierung
4. Übungsblatt

13. Aufgabe **(5 Punkte)**
Formulieren Sie das folgende Problem als ganzzahliges Optimierungsproblem:
Gegeben sei ein Digraph $D = (V, A)$ mit Kantengewichten $c_a \in \mathbb{R} \quad \forall a \in A$. Gesucht ist eine Bogenmenge $B \subseteq A$ mit minimalem Gesamtgewicht, so daß jeder Knoten aus V Anfangsknoten von genau einem Bogen aus B und Endknoten von genau einem Bogen aus B ist (d. h. B entspricht einer Familie von gerichteten Kreisen in D, so daß jeder Knoten in genau einem dieser Kreise enthalten ist).

14. Aufgabe **(5 Punkte)**
Produziert der folgende Algorithmus ein gewichtsmaximales Branching? Falls nicht, versuchen Sie ein Beispiel anzugeben, bei dem der Algorithmus möglichst schlecht abschneidet.

Input: Digraph $D = (V, A)$ mit Bogengewichten $c(a)$ für alle $a \in A$.
Output: Ein Branching B in D.
Algorithmus:

1. Numeriere die Bögen von D, so daß $c_{a_1} \geq c_{a_2} \geq \ldots \geq c_{a_m}$ gilt.
2. Setze $B := \emptyset$.
3. `FOR` $i = 1$ `TO` m `DO`

   Falls $c_{a_i} > 0$ und $B \cup \{a_i\}$ ein Branching ist, setze $B := B \cup \{a_i\}$.
4. Gib B aus.

15. Aufgabe **(5 Punkte)**
Sei $D = (V, A)$ ein Digraph. Zeigen Sie, daß es drei Matroide $M_1 = (A, \mathcal{I}_1)$, $M_2 = (A, \mathcal{I}_2)$ und $M_3 = (A, \mathcal{I}_3)$ gibt, so daß D genau dann einen Hamiltonweg besitzt, wenn eine Menge $I \in \mathcal{I}_1 \cap \mathcal{I}_2 \cap \mathcal{I}_3$ mit $|I| = |V| - 1$ existiert.

16. Aufgabe **(5 Punkte)**
Zeigen Sie, daß das uniforme Matroid $U_{3,4}$ binär ist (d. h. es gibt eine $(3, 4)$-Matrix mit Elementen aus $GF(2)$, durch die $U_{3,4}$ repräsentiert wird), das uniforme Matroid $U_{2,4}$ jedoch nicht-binär ist.

Abgabe: 17.11.1994 (10.15-11.45 Uhr MA461/462 bei Monica)