Technische Universität Berlin WS 1994/95
Fachbereich 3
Prof. M. Grötschel/N. Kamin

Kombinatorische Optimierung
8. Übungsblatt

29. Aufgabe **(5 Punkte)**

Auf einem Rechner mit zwei (nicht notwendigerweise identischen) Prozessoren soll ein aus verschiedenen Modulen bestehendes Programm ausgeführt werden. Jedes Modul kann zwar jedem der beiden Prozessoren zugeordnet werden, aber die dadurch entstehenden Kosten können für die beiden Prozessoren unterschiedlich sein (z. B. aufgrund unterschiedlicher Rechengeschwindigkeiten oder Speichergrößen). Werden die Module i und j auf verschiedenen Prozessoren ausgeführt, so entstehen zusätzliche Kosten c_{ij} für die Kommunikation zwischen den Prozessoren. Diese Kosten fallen nicht an, wenn beide Module demselben Prozessor zugeordnet werden.
Formulieren Sie das Problem, die Kosten für das Ausführen des Programms (bestehend aus den Kosten für die Kommunikation zwischen den Prozessoren und den Kosten für die Ausführung der Module) zu minimieren, als Min-Cut-Problem.

30. Aufgabe **(5 Punkte)**

(a) Angenommen, Sie kennen für ein Maximalfluß-Problem im Digraphen $D = (V, A)$ einen maximalen Fluß. Wie können Sie "möglichst schnell" einen minimalen (S, T)-Schnitt in D konstruieren?

(b) Angenommen, Sie kennen für ein Maximalfluß-Problem im Digraphen $D = (V, A)$ einen minimalen (S, T)-Schnitt. Wie können Sie "möglichst schnell" einen maximalen Fluß in D kostruieren?

31. Aufgabe **(5 Punkte)**

Ein Digraph $D = (V, A)$ heißt ***k*-fach stark bogenzusammenhängend**, wenn für jedes Paar s und t von Knoten und jede Bogenmenge $B \subseteq A$ mit $|B| \leq k-1$ der Digraph $D - B$ einen gerichteten (s, t)-Weg enthält.
Beweisen Sie den **Satz von Menger (Bogenform)**: Ein Digraph ist genau dann k-fach stark bogenzusammenhängend, wenn es zu jedem Paar s und t von Knoten mindestens k gerichtete (s, t)-Wege gibt, die keinen Bogen gemeinsam haben.

32. Aufgabe **(5 Punkte)**

Der Digraph $D = (V, A)$ sei durch die folgende Tabelle von Kanten mit unteren und oberen Bogenkapazitäten l_{ij} bzw. u_{ij} gegeben. Bestimmen Sie für diesen Digraphen mit Hilfe des DMKM-Algorithmus' einen maximalen (s, t)-Fluß. Geben Sie in jedem Iterationsschritt das zugehörige geschichtete Netzwerk an.

a_{ij}	$(s,1)$	$(s,4)$	$(s,6)$	$(1,2)$	$(1,5)$	$(2,3)$	$(3,t)$	$(4,3)$	$(4,5)$	$(5,t)$	$(6,t)$
l_{ij}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
u_{ij}	2	2	2	2	1	1	2	1	1	2	1

Abgabe: 15.12.1994 VOR Beginn der großen Übung