Technische Universität Berlin
Fachbereich 3 Mathematik
SS92
Martin Grötschel
Ralf Borndörfer
16. Oktober 1997

Lineare Optimierung

5. Übungsblatt

Abgabetermin: 18. Mai 1992 in der Übung

18. Aufgabe **10 Punkte**

Eine Großstadt hat für ein Bauprojekt in den folgenden fünf Jahren Bedarf an Finanzierungsmitteln, und zwar

10 Mio. im 1. Jahr
8 Mio. im 2. Jahr
6 Mio. im 3. Jahr
4 Mio. im 4. Jahr
2 Mio. im 5. Jahr

Man will sich diese Mittel über langfristige Anleihen beschaffen. Am Beginn jedes Jahres können solche Anleihen aufgenommen werden. Alle Anleihen müssen nach genau sechs Jahren (von jetzt gerechnet) zurückgezahlt werden. Die Verzinsung ist in der Rückzahlungssumme enthalten. Der Rückzahlungskurs beträgt für Anleihen aus dem 1. Jahr 150%, aus dem 2. Jahr 147%, aus dem 3. Jahr 131%, aus dem 4. Jahr 125%, aus dem 5. Jahr 119%.
Man steht nun vor der Frage, ob man nicht vielleicht Anleihen auf Vorrat aufnehmen soll, also wie die Volumina der fünf Anleihen aussehen sollen. Wichtig ist es noch zu wissen, daß man noch nicht benötigte Mittel zu jeweils 7% Verzinsung jährlich (von Jahr zu Jahr) anlegen kann.
Formulieren Sie ein Optimierungsproblem zur Bestimmung der besten Volumina.

19. Aufgabe **3+7 Punkte**

a) Zeigen Sie: Jede nichttriviale Seitenfläche eines Polyeders ist Durchschnitt von Facetten des Polyeders.

b) Seien P ein Polyeder mit $\dim(P) = d$ und F eine Seitenfläche von P der Dimension k mit $0 \leq k < d$. Dann gibt es Seitenflächen $F_{k+1}, F_{k+2}, \ldots, F_{d-1}$ von P mit

i) $F \subseteq F_{k+1} \subseteq F_{k+2} \subseteq \ldots \subseteq F_{d-1} \subseteq P$,

ii) $\dim(F_{k+i}) = k + i$, für $i = 1, \ldots, d - k - 1$,

(Beweis durch Induktion über $d - k$).

20. Aufgabe **10 Punkte**

Eine nichtleere Seitenfläche F eines Polyeders P mit $\dim(F) = \dim(P) - 2$ heißt *Subfacette* von P. Zeigen Sie: Zu jeder Subfacette F von P gibt es genau zwei Facetten F_1 und F_2 von P mit $F_1 \cap F_2 = F$.

21. Aufgabe **10 Punkte**

Ein Polyeder P besitzt genau dann keine nichttrivialen Seitenflächen, wenn P ein affiner Raum ist.