Technische Universität Berlin
Fachbereich 3
Prof. M. Grötschel/ Kamin

SS 1994

Lineare Optimierung
1. Übungsblatt

1. Aufgabe **(4 Punkte)**

(a) Beschreiben Sie die folgenden Mengen mit Hilfe linearer Ungleichungen:

$\{x \in \mathbb{R}^n \mid |x_i| \le 1, \quad i = 1, \ldots, n\},$

$\{x \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i=1}^n |x_i| \le 1\}.$

(b) Schreiben Sie folgendes Problem als lineares Programm:

$$\begin{array}{rl} \min \max & \{c^T x + c_0, \;\; d^T x + d_0\} \\ \text{s.t.} & Ax \le b \;. \end{array}$$

2. Aufgabe **(4 Punkte)**

Gegeben ist das folgende lineare Programm:

$$\begin{array}{lrcrl} \max & -x_1 - 2x_2 & & & \\ \text{s.t.} & x_1 + 2x_2 & \le & 12 & (1) \\ & 2x_1 + x_2 & \le & 10 & (2) \\ & x_1 - 3x_2 & \le & 2 & (3) \\ & -6x_1 - 4x_2 & \le & 7 & (4) \\ & -8x_1 + 5x_2 & \le & 30 & (5) \end{array}$$

(a) Lösen Sie das lineare Programm graphisch.

(b) Wie lautet der Optimalwert, wenn man die Nichtnegativitätsbedingungen

$$\begin{array}{rl} x_1 & \ge 0 \\ x_2 & \ge 0 \end{array}$$

hinzunimmt?

(c) Welche Nebenbedingungen werden im Fall (b) überflüssig? Begründen Sie Ihr Ergebnis anhand des linearen Programms.

3. Aufgabe **(4 Punkte)**

Eine Ölraffinerie produziert 4 Sorten Rohbenzin. Zwei wichtige Charakteristika jedes Benzins sind die Leistungszahl PN, die die Antiklopfeigenschaften angibt, sowie der Dampfdruck RVP, der die Flüchtigkeit angibt. Diese zwei Charakteristika sowie die täglichen Fördermengen sind in folgender Tabelle angegeben:

	PN	RVP	Barrels/Tag
I	107	5	3814
II	93	8	2666
III	87	4	4016
IV	108	21	1300

Diese Benzinsorten können entweder roh zu \$ 33.81 pro Barrel verkauft werden oder zu Flugbenzin (Sorten A und B) verarbeitet werden. An diese Sorten sind gewisse Anforderungen gestellt, die zusammen mit den Verkaufspreisen folgendermaßen aussehen:

Sorte	PN	RVP	Preis/Barrel
A	≥ 100	≤ 7	\$ 45.15
B	≥ 91	≤ 7	\$ 41.37

PN und RVP jeder Mischung sind gewichtete Durchschnitte der PNs und RVPs der Einzelbestandteile.

Beschreiben Sie das Problem, den Profit unter den gegebenen Nebenbedingungen zu maximieren, als lineares Programm.

4. Aufgabe **(4 Punkte)**

Frau Kossick ist Angestellte der Bibliothek am ZIB. Sie hat ein Budget von DM 1400 zur Verfügung, um Bücherregale zu kaufen, die eine Standfläche von 72 m^2 abdecken dürfen. Auf dem Markt sind zwei Modelle: Modell A hat eine Kapazität von 8 m^3, benötigt 6 m^2 Standfläche und hat einen Stückpreis von DM 100. Modell B kann 12 m^3 unterbringen mit einer Standfläche von 8 m^2 und einem Preis von DM 200 pro Stück. Wieviele Regale jeder Sorte sollte sie kaufen, um möglichst viele Bücher unterbringen zu können?

(a) Formulieren Sie das Problem als lineares Programm.

(b) Lösen Sie das lineare Programm graphisch.

(c) Was passiert, wenn der Stückpreis von Modell A auf DM 80 reduziert wird?

Abgabe: 21.4. bzw. 22.4.1994 im jeweiligen Tutorium