Technische Universität Berlin
Fachbereich 3
Prof. M. Grötschel/ Kamin

SS 1994

Lineare Optimierung
10. Übungsblatt

37. Aufgabe **(6 Punkte)**

Lösen Sie folgende LP mit der Zwei-Phasen-Methode:

(a)

$$\begin{array}{rrrrrrrl}
\max & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & \\
& 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \leq & 3 \\
& & & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 5 \\
& x_1 & - & 2x_2 & & & \geq & 4 \\
& & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0
\end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{rrrrrrrr}
\min & -x_1 & + & x_2 & & & & \\
& x_1 & - & x_2 & + & 3x_3 & \geq & 1 \\
& & & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 10 \\
& -x_1 & + & 2x_2 & & & \leq & 5 \\
& & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0
\end{array}$$

(c)

$$\begin{array}{rrrrrl}
\min & 10x_1 & + & 3x_2 & & \\
& x_1 & - & 3x_2 & \leq & 3 \\
& x_1 & + & x_2 & \geq & 3 \\
& x_1 & & & \geq & 1 \\
& & & x_2 & \geq & 0
\end{array}$$

38. Aufgabe **(6 Punkte)**

Beweisen oder widerlegen Sie die Gültigkeit der folgenden Aussagen:

(a) Beim Simplexverfahren ist es möglich, einen Pivotschritt auszuführen, so daß man sich im $\mathbb{R}^n$ um eine positive Distanz bewegt, ohne daß sich der Zielfunktionswert ändert.

(b) Das Kreiseln des Simplexalgorithmus' an einer Ecke kann nur dann auftreten, wenn mindestens zwei Basisvariable 0 sind.

(c) Seien x eine zulässige Basislösung und $\bar{c}$ die reduzierten Kosten von x. Ist ein reduzierter Kostenkoeffizient echt positiv, so ist x nicht optimal.

39. Aufgabe **(4 Punkte)**

Eine Großstadt hat für ein Bauprojekt in den folgenden fünf Jahren Bedarf an Finanzierungsmitteln, und zwar

10 Mio. im 1. Jahr
8 Mio. im 2. Jahr
6 Mio. im 3. Jahr
4 Mio. im 4. Jahr
2 Mio. im 5. Jahr

Man will sich diese Mittel über langfristige Anleihen beschaffen. Am Beginn jedes Jahres können solche Anleihen aufgenommen werden. Alle Anleihen müssen nach genau sechs Jahren (von jetzt gerechnet) zurückgezahlt werden. Die Verzinsung ist in der Rückzahlungssumme enthalten. Der Rückzahlungskurs beträgt für Anleihen aus dem 1. Jahr 150%, aus dem 2. Jahr 147%, aus dem 3. Jahr 131%, aus dem 4. Jahr 125%, aus dem 5. Jahr 119%.

Man steht nun vor der Frage, ob man nicht vielleicht Anleihen auf Vorrat aufnehmen soll, also wie die Volumina der fünf Anleihen aussehen sollen. Wichtig ist es noch zu wissen, daß man noch nicht benötigte Mittel zu jeweils 7% Verzinsung jährlich (von Jahr zu Jahr) anlegen kann.

Formulieren Sie ein lineares Optimierungsproblem zur Bestimmung der besten Volumina.

Abgabe: 23.6. bzw. 24.6.1994 im jeweiligen Tutorium