Technische Universität Berlin SS 1994
Fachbereich 3
Prof. M. Grötschel/ Kamin

Lineare Optimierung
3. Übungsblatt

9. Aufgabe **(4 Punkte)**
Drei Gase mit den in der Tabelle angeführten Konstanten sind in beliebiger Menge zu beschaffen und sollen so gemischt werden, daß ein möglichst billiges Mischgas mit einem Heizwert H von mindestens 3000 kcal/m^3 und einem Schwefelgehalt S von höchstens 3 g/m^3 entsteht.

Gas Nr.:	1	2	3	Einheit
Preis p_i	10	30	20	DM/1000m^3
Heizwert h_i	1000	3000	6000	kcal/m^3
Schwefel s_i	8	1	2	g/m^3

Formulieren Sie dieses Problem als lineares Programm, und lösen Sie es graphisch.

10. Aufgabe **(4 Punkte)**
Beweisen Sie die folgenden Alternativsätze:

(a) $(\exists x : Ax = c) \ \dot{\vee} \ (\exists y : A^T y = 0, c^T y = 1)$

(b) $(\exists x : Ax > 0, Cx \geq 0, Dx = 0)$
$$\dot{\vee} \ (\exists u, v, w : u, v \geq 0, u \neq 0, A^T u + C^T v + D^T w = 0)$$

11. Aufgabe **(4 Punkte)**
Beweisen Sie den folgenden **schwachen Trennsatz:**
Seien $P = \{x \in \mathbb{K}^n | Ax = a,\ Bx \leq b\}$, $Q = \{x \in \mathbb{K}^n | Cx = c,\ Dx \leq d\}$ zwei nichtleere Polyeder, so daß keine der Ungleichungen $Bx \leq b$ von allen Punkten in P und keine der Ungleichungen $Dx \leq d$ von allen Punkten in Q mit Gleichheit erfüllt wird. Es gibt eine P und Q trennende Hyperebene genau dann, wenn

$$R := \{x \in \mathbb{K}^n | Ax = a,\ Cx = c,\ Bx < b,\ Dx < d\}$$

leer ist.

12. Aufgabe **(4 Punkte)**

Gegeben seien m Anbieterorte, in denen ein bestimmtes Produkt hergestellt wird, und n Nachfrageorte, in denen Bedarf nach diesem Produkt besteht. Wir nehmen an, daß im Anbieterort i a_i Einheiten des Produkts hergestellt werden, und im Nachfrageort j Bedarf nach b_j Einheiten besteht; weiterhin gelte $\sum_i a_i = \sum_j b_j$. Der Transport einer Einheit von Anbieterort i zum Nachfrageort j verursache die (positiven) Kosten c_{ij}.

(a) Formulieren Sie das Problem, einen Transportplan zu erstellen, der alle Nachfragen erfüllt und minimale Transportkosten verursacht, als lineares Programm.

(b) Wie könnte man den Fall $\sum_i a_i \neq \sum_j b_j$ berücksichtigen?

(c) Formulieren Sie das duale Programm und interpretieren Sie es ökonomisch.

Abgabe: 5.5. bzw. 6.5.1994 im jeweiligen Tutorium