Technische Universität Berlin
Fachbereich 3
Prof. M. Grötschel/ Kamin

SS 1994

Lineare Optimierung
6. Übungsblatt

21. Aufgabe **(4 Punkte)**

Finden Sie eine redundanzfreie Darstellung für folgenden Polyeder:

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & & x_3 & \leq & 1 \\
x_1 & + x_2 & & \leq & 2 \\
x_1 & & + \ x_3 & \leq & 4 \\
 & - \ x_2 & + \ 2x_3 & \leq & 2 \\
-x_1 & + x_2 & & \leq & 2 \\
-\frac{1}{2}x_1 & - \ x_2 & + \ x_3 & \leq & 0 \\
 & & - \ 2x_3 & \leq & -2 \\
\frac{1}{3}x_1 & - \ x_2 & & \leq & 1 \\
 & - \ x_2 & + \ x_3 & \leq & 3
\end{array}
$$

Beweisen Sie, daß die von Ihnen entfernten Restriktionen wirklich redundant sind und daß die am Schluß übrigbleibenden Restriktionen tatsächlich nicht redundant sind.

22. Aufgabe **(4 Punkte)**

Sei $P = P(A, b)$ ein Polyeder und $Q \subseteq P$. Zeigen Sie:
$\mathrm{fa}(\mathrm{eq}(Q))$ ist die (im Sinne der Mengeninklusion) kleinste Seitenfläche von P, die Q enthält.

23. Aufgabe **(4 Punkte)**

Sei $P = P(A, b) \subseteq \mathbb{R}^n$ ein Polyeder. Zeigen Sie:

(a) Jede minimale nichtleere Seitenfläche F von P ist ein affiner Raum. Insbesondere existiert eine Zeilenindexmenge I von A, so daß $F = \{x \in \mathbb{R}^n | A_{I.}x = b_I\}$ gilt.

(b) Alle minimalen nichtleeren Seitenflächen von P haben dieselbe Dimension und sind von der Form $y + \mathrm{lineal}(P)$ mit $y \in P$, d. h., sie sind parallel.

24. Aufgabe **(4 Punkte)**

Gegeben sei $P(A, b)$ durch

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie:

(a) $\dim P(A, b) = 5$.

(b) $-x_i \leq 0$ definiert eine Facette von $P(A, b)$ für $i = 1, \ldots, 5$.

(c) $x_5 \leq 1$ definiert eine Facette von $P(A, b)$.

Abgabe: 26.5. bzw. 27.5.1994 im jeweiligen Tutorium