**Technische Universität Berlin**
Fachbereich 3
Prof. M. Grötschel/ Kamin

SS 1994

# Lineare Optimierung
# 7. Übungsblatt

**25. Aufgabe** **(4 Punkte)**

Eine Maschinenfabrik hat eine Bohr- und 5 Fräsmaschinen, die benutzt werden, um Montageteile zu produzieren, die aus 2 Werkstücken bestehen. Die Werkstücke müssen jeweils gebohrt und gefräst werden. Die Produktivität beider Maschinen für die beiden Werkstücke ist durch folgende Tabelle gegeben:

| Produktionszeiten pro Stück in Minuten | | |
|---|---|---|
| Werkstück | Bohren | Fräsen |
| 1 | 3 | 20 |
| 2 | 5 | 15 |

Alle Maschinen sollen so ausgelastet sein, daß keine Maschine mehr als 30 Minuten pro Tag länger läuft als jede der anderen. Dabei seien die Fräsmaschinen alle gleichmäßig ausgelastet. Ein Arbeitstag habe 8 Stunden.
Formulieren Sie das Problem, die Maschinen so auszulasten, daß eine maximale Anzahl von kompletten Montageteilen produziert wird, als lineares Programm.

**26. Aufgabe** **(4 Punkte)**

Gegeben sei das folgende lineare Programm

$$
\begin{array}{lrcrcrcrcl}
\min & x_1 & - & 2x_2 & - & 4x_3 & + & 4x_4 & & \\
\text{s.t.} & & - & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & \leq & 4 \\
 & -2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & - & 4x_4 & \leq & 5 \\
 & x_1 & - & x_2 & & & + & 2x_4 & \leq & 3 \\
 & & & x_1, & & x_2, \; x_3, & & x_4 & \geq & 0
\end{array}
$$

(a) Identifizieren Sie einen Extremalstrahl, auf dem die Zielfunktion nach unten unbeschränkt ist.

(b) Bestimmen Sie eine zulässige Lösung mit Zielfunktionswert $-415$.

**27. Aufgabe** **(4 Punkte)**

Bestimmen Sie alle Ecken des Polytops $P(A,b) \subseteq \mathbb{R}^3$, das definiert ist durch

$$\begin{array}{rrrl} x_1 & -x_2 & -x_3 & \leq 0 \\ -x_1 & +x_2 & -x_3 & \leq 0 \\ -x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq 0 \\ & & x_i & \leq 1 \qquad i = 1,2,3. \end{array}$$

**28. Aufgabe** **(4 Punkte)**

Eine Matrix $A$ heißt *total unimodular*, wenn die Determinante jeder quadratischen Untermatrix von $A$ einen der Werte $-1, 0, 1$ hat.
Seien $a$, $b$, $c$ und $d$ ganzzahlige Vektoren und $A$ eine total unimodulare Matrix. Beweisen Sie:
Die Polyeder $\{x \mid Ax = b,\ x \geq 0\}$ und $\{x \mid a \leq Ax \leq b,\ c \leq x \leq d\}$ haben nur ganzzahlige Ecken.

**Abgabe: 2.6. bzw. 3.6.1994 im jeweiligen Tutorium**