Technische Universität Berlin SS 1994
Fachbereich 3
Prof. M. Grötschel/ Kamin

Lineare Optimierung
8. Übungsblatt

29. Aufgabe **(4 Punkte)**

Eine Konservenfabrik hat 5000 Kilo Tomaten der Güteklasse A und 10000 Kilo Tomaten der Klasse B auf Lager, aus denen Konserven von ganzen Tomaten und Konserven von Tomatenpaste hergestellt werden. Ganze Tomaten müssen mindestens zu 80 Prozent, Tomatenpaste mindestens zu 10 Prozent aus Tomaten der Klasse A bestehen. Ganze Tomaten verkauft man zu 1,80 DM pro Kilo, Tomatenpaste zu 1,10 DM pro Kilo.
Formulieren Sie die Aufgabe, die Produktion mit maximalem Gewinn zu planen, als lineares Programm.

30. Aufgabe **(4 Punkte)**

Gegeben seien n Personen und n Arbeiten. Zu jeder Person i und jeder Arbeit j gibt es einen Koeffizienten c_{ij}, der ausdrückt, wie gut die Person für diese Arbeit geeignet ist. Jede Person soll genau eine Arbeit ausführen.

(a) Formulieren Sie das *Zuordnungsproblem*, die Personen optimal auf die Aufgaben zu verteilen, als lineares Programm $\max\{c^T x | Ax = b, x \geq 0\}$.

(b) Zeigen Sie:

(i) $\text{rang}(A) = 2n - 1$.

(ii) Jede Ecke von $P^=(A, b)$ ist degeneriert.

(iii) Es gibt eine ganzzahlige Optimallösung.

31. Aufgabe **(4 Punkte)**

Gegeben sei das folgende lineare Programm:

$$\begin{array}{rrcrcrcl} \max & 2x_1 & - & x_2 & + & 8x_3 & & \\ & 2x_1 & - & 4x_2 & + & 6x_3 & \leq & 3 \\ & -x_1 & + & 3x_2 & + & 4x_3 & \leq & 2 \end{array}$$

Ermitteln Sie alle Basislösungen von P und stellen Sie fest, welche zulässig, nicht zulässig, degeneriert bzw. optimal sind.

32. Aufgabe **(4 Punkte)**

Gegeben sei das Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & -3 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & 1 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 2 & 0 & 2 & 6 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Wählen Sie zunächst $B = (4, 5, 6)$ als Vektor der Basisindizes. Geben Sie die zugehörige Basisinverse A_B^{-1} und die Matrix $A_B^{-1}A$ an. Führen Sie anschließend Basisaustauschschritte durch, so daß Sie als neuen Basisindexvektor $B = (2, 3, 1)$ erhalten. Geben Sie nach jeder Pivotoperation die zugehörige Matrix $A_B^{-1}A$ an.

Abgabe: 9.6. bzw. 10.6.1994 im jeweiligen Tutorium