Technische Universität Berlin
Fachbereich 3 Mathematik
SS93
Martin Grötschel
Ralf Borndörfer
16. Oktober 1997

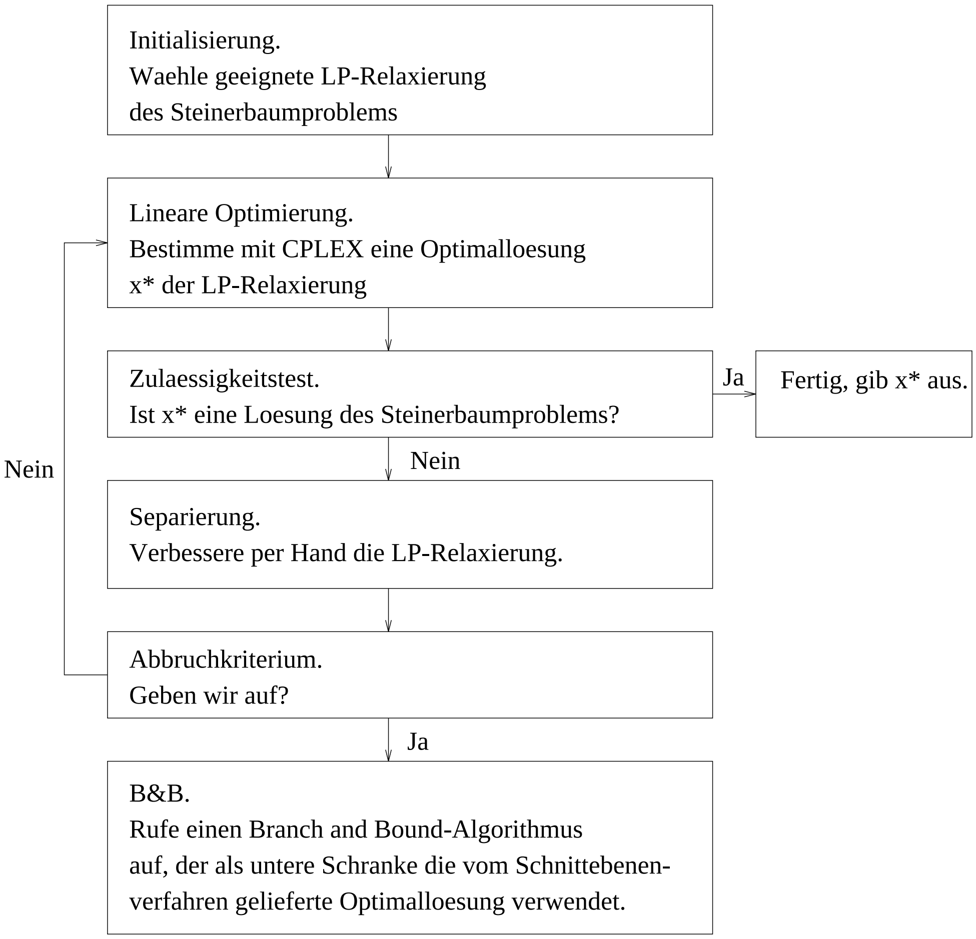
Polyedrische Kombinatorik

1. Übungsblatt

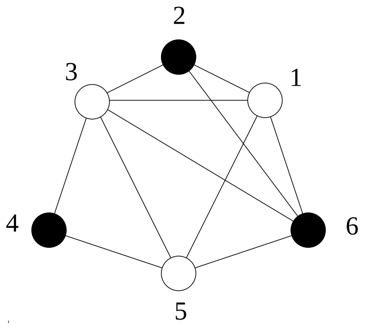
Abgabetermin: 5. Mai 1993 in der Übung

1. Aufgabe **Pflicht**

Programmieren Sie mit Hilfe der CPLEX Callable Library (mindestens) folgendes Schnittebenenverfahren zur Lösung von Steinerbaumproblemen



und testen Sie es an dem folgenden Problembeispiel mit Kostenfunktion $\mathbb{1}$ (die schwarzen Knoten sind die Terminals).



2. Aufgabe **10 Punkte**

Zeigen Sie, daß das folgende ganzzahlige Programm eine Formulierung des Steinerbaumproblems auf einem Graphen $G = (V, E)$ mit Terminalmenge $T \subseteq V$ und nichtnegativer Gewichtsfunktion c auf E ist.

$$\begin{aligned} &\min c^T x \\ &\quad x\big(\delta(U)\big) \geq 1 \qquad \forall \text{ minimalen Steinerschnitte } \delta(U) \\ &\quad x \in \{0,1\}^E \end{aligned}$$

3. Aufgabe **4+4+4 Punkte**

Sei $G = (V, E)$ ein Graph, $T \subseteq V$ eine Menge von Terminals und c eine nichtnegative Gewichtsfunktion auf E. Ein Untergraph $H = (U, F)$ von G heißt **steiner**, wenn er zusammenhängt und für je zwei Knoten aus T einen diese verbindenden Weg enthält. Er ist ein **Steinerbaum**, wenn er steiner ist und darüber hinaus keinen Kreis enthält.

Zur Lösung des Steinerbaumproblems mit Hilfe der polyedrischen Kombinatorik bietet sich etwa das Studium der folgenden drei Polyeder an.

$$\begin{aligned} P_1 &:= \operatorname{conv}\{\chi^{ST} \mid ST \text{ Steinerbaum}\} \\ P_2 &:= \operatorname{conv}\{\chi^{ST} \mid ST \text{ steiner}\} \\ P_3 &:= P_1 + \left(\mathbb{R}_0^+\right)^E \end{aligned}$$

Zeigen Sie die folgenden Aussagen.

(1) $\dim(P_3) = |E| \iff P_3 \neq \emptyset$.

(2) P_2 ist genau dann volldimensional, wenn G zusammenhängend ist und keine Steinerbrücke enthält, d.h. eine Brücke, die zwei Terminals trennt.

(3) P_1 ist volldimensional, falls G vollständig ist.

Welches der drei Polyeder würden Sie verwenden?