Technische Universität Berlin
Fachbereich 3 Mathematik
SS93
Martin Grötschel
Ralf Borndörfer
16. Oktober 1997

Polyedrische Kombinatorik

5. Übungsblatt

Abgabetermin: 2. Juni 1993 in der Übung

14. Aufgabe **Pflicht**

Implementieren Sie eine Heuristik zum Separieren von Steinerpartitionsungleichungen.
Vorschlag: Kontraktion von schweren Kanten (C.E. Ferreira).

1. Setze $V_i = \{\, i \,\}$ für alle Knoten i.
2. Berechne alle Werte
   $\delta_{ij} := x\big(\delta(V_i, V_j)\big)$.
3. Wähle ein großes δ_{ij} (z.B. größer als 0.8).
   Setze
   $V_i := V_i \cup V_j$ und $V_j := \emptyset$.
4. Falls $x\big(\delta(V_1, \ldots, V_n)\big) \geq |\{\, i : V_i \neq \emptyset \,\}| - 1$
   Gehe zu 2.
5. Berechne alle Werte
   $\delta_{ij} := x\big(\delta(V_i, V_j)\big)$
   für alle Mengen $V_i \cap T = \emptyset, V_j \cap T \neq \emptyset$.
6. Für jede Menge $V_i \cap T = \emptyset$ bestimme $j(i)$, so daß $\delta_{ij(i)}$ minimal ist.
   Für jede Menge $V_i \cap T = \emptyset$ setze
   $V_{j(i)} := V_{j(i)} \cup V_i$ und $V_i := \emptyset$.
7. Falls $x\big(\delta(V_1, \ldots, V_n)\big) < |\{\, i : V_i \neq \emptyset \,\}| - 1$
   Die nichtleeren Mengen $V_i \cap T \neq \emptyset$ definieren eine verletzte
   Steinerpartitionsungleichung.
   Gib diese aus, Ende.
   Sonst Gib auf, Ende.

15. Aufgabe **4+6 Punkte**

Sei $D = (V, A)$ ein Digraph, $r \in V$ heiße Wurzel. u und v seien zwei Knoten, so daß jeder gerichtete (r, v)-Weg in D durch u verlaufe.

(1) Zeigen Sie, daß keine Arboreszenz mit Wurzel r den Bogen (v, u) enthalten kann.

(2) Wie finden Sie in $O\big(n^3\big)$ Zeit die obengenannten Bögen?

16. Aufgabe **5+5 Punkte**

Die Ungleichung $\pi^T x \geq \pi_0$ mit $\pi_0 > 0$ definiere eine Facette F von $\mathrm{PST}(G)$. Die Kanten e und f seien parallel und es gelte $\pi_e > 0$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

(1) Es gibt einen Steinerbaum Y mit χ^Y aus F, der genau eine der Kanten e und f enthält.

(2) $\pi_e = \pi_f$.