Technische Universität Berlin
Fachbereich 3 Mathematik
SS93
Martin Grötschel
Ralf Borndörfer
16. Oktober 1997

Polyedrische Kombinatorik

8. Übungsblatt

Abgabetermin: 23. Juni 1993 in der Übung

23. Aufgabe **5+5 Punkte**

Sind die beiden folgenden Matrizen total unimodular?

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

24. Aufgabe **5+5 Punkte**

Eine 0/1-Matrix heißt **Intervallmatrix**, wenn die Einsen in jeder Spalte alle hintereinander auftreten. Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

(1) Knoten-Kanten-Inzidenzmatrizen von Digraphen sind Netzwerkmatrizen.

(2) Intervallmatrizen sind Netzwerkmatrizen.

25. Aufgabe **10 Punkte**

Mit den gewohnten Bezeichnungen und Standardvoraussetzungen betrachten wir das ungerichtete Steinerbaumproblem auf einem Graphen $G = (V, E)$ mit Terminals $N \subseteq V$. Für eine Kante c aus E bezeichne $G \cdot c = (V^c, E^c)$ den durch Kontraktion der Kante c aus G entstehenden Graphen; wie üblich sei $N^c = \{ V \in V^c : V \cap N \neq \emptyset \}$. Wir betrachten die Ungleichungen

$$\sum_{e \in E^c} \pi_e x_e \geq \pi_0 \tag{1}$$

und

$$\sum_{e \in E} \pi_e x_e \geq \pi_0 \tag{2}$$

mit $\pi_c = 0$. Zeigen Sie, daß (1) genau dann eine Facette von $\mathrm{PST}(G^c)$ definiert, wenn (2) eine Facette von $\mathrm{PST}(G)$ definiert. Was können Sie mit diesem Satz anfangen?