Technische Universität Berlin
Fachbereich 3 Mathematik
SS93
Martin Grötschel
Ralf Borndörfer
16. Oktober 1997

Polyedrische Kombinatorik

9. Übungsblatt

Abgabetermin: 30. Juni 1993 in der Übung

26. Aufgabe **4+1+2+3 Punkte**
Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

(1) Die Menge der total unimodularen Matrizen ist abgeschlossen unter Pivotoperationen.

(2) Die 1-Summe von total unimodularen Matrizen ist total unimodular.

(3) Die 2-Summe von total unimodularen Matrizen ist total unimodular.

(4) Die 3-Summe von total unimodularen Matrizen ist total unimodular.

27. Aufgabe **2+4 Zusatzpunkte**
Zeigen Sie, daß die Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

nicht total unimodular ist, daß aber das Polyeder $P^{=}(A, b)$ für alle $b \in \mathbb{Z}^3$ ganzzahlig ist.

28. Aufgabe **1+9 Punkte**
Sei A eine total unimodulare Matrix mit nicht mehr als zwei von Null verschiedenen Einträgen pro Zeile.

(1) Es gibt eine Partition $N = N_1 \dot\cup N_2$ der Spaltenindexmenge von A, so daß für die Spaltenindizes zweier von Null verschiedener Einträge a_{ij} und a_{ik} von A

$$a_{ij} = a_{ik} \iff j \in N_1 \text{ und } k \in N_2$$

gilt, wobei o.B.d.A. $j \in N_1$ vorausgesetzt sei.

(2) A ist eine Netzwerkmatrix.

29. Aufgabe **10 Punkte**
Wie gewohnt bezeichne $\overline{C_k} = \big(V, E_k \dot\cup \overline{E}\big)$ für ungerades $k \geq 3$ ein odd hole mit einigen zusätzlichen Kanten. Zeigen Sie, daß die odd hole-Facette von $\mathrm{PST}\big(\overline{C_k}\big)$ die Projektion von gerichteten Steinerschnittungleichungen im Sinne der Übung ist.