Technische Universität Berlin
Fachbereich 3 Mathematik
WS92/93
Martin Grötschel
Ralf Borndörfer
16. Oktober 1997

Kombinatorische Optimierung

1. Übungsblatt

Abgabetermin: 22. Oktober 1992 in der Übung

1. Aufgabe **10 Punkte**

Im folgenden wird eine vereinfachte Fassung eines realen Optimierungsproblems beschrieben.
Der Berliner Zentralausschuß für Soziale Angelegenheiten (BZA) betreibt den Telebus Fahrtdienst für Behinderte.
Berechtigte Behinderte können dabei bei einer Telefonzentrale anrufen und bis 17 Uhr des Vortages Fahrtwünsche äußern. Ein Fahrtwunsch besteht aus folgenden Angaben: Abfahrtszeit, Start- und Zieladresse (innerhalb Berlins), Rollstuhltyp (Elektro-, Kasten-, Falt- oder kein Rollstuhl), ob eine nichtbehinderte Begleitperson mitfährt, ob eine Treppe zu überwinden ist und ob der Behinderte "umsetzbar" ist, d.h. ob er von seinem Rollstuhl in einen gewöhnlichen Sitzplatz umgesetzt werden kann, so daß der Stuhl separat verstaut werden kann.
Zur Beförderung der Behinderten kann der BZA Spezialbusse und Taxen einsetzen.
Die Busse sind von unterschiedlichen Typen und lassen verschiedene maximale Kombinationen der Beförderung von Behinderten mit verschiedenen Rollstuhltypen zu, wobei für jeden Typ im allgemeinen mehrere solcher maximaler Kombinationen möglich sind (Eine Beförderungskombination sei maximal, wenn kein Behinderter oder Begleiter mehr gleichzeitig befördert werden kann.). Beispiel: Bustyp A mag etwa maximal sechs Behinderte ohne Rollstuhl oder nichtbehinderte Begleiter oder alternativ drei Kastenrollstuhlfahrer oder auch einen Kastenrollstuhlfahrer, einen Elektrorollstuhlfahrer und einen Behinderten ohne Rollstuhl oder einen Begleiter transportieren; alle drei Beförderungskombinationen sind maximal.
Von jedem Bustyp stehen nur eine begrenzte Anzahl Fahrzeuge zur Verfügung, die mit oder ohne einen für die Treppenhilfe erforderlichen Beifahrer operieren können. Busse werden monatlich im voraus für zusammenhängende Einsatzschichten angemietet, Kosten entstehen je nach Bustyp und Bemannung pro Einsatzstunde. Beachten Sie auch, daß die Tarifbestimmungen des Personenbeförderungsgewerbes komplizierte Pausenregelungen für die Fahrer vorschreiben, die nach gewissen Einsatzzeiten mehrere kleine oder eine größere Pause machen müßen.
Taxen können dagegen für einzelne Fahrten bei Bedarf angemietet werden, aber nur von umsetzbaren Behinderten ohne oder mit Faltrollstuhl benutzt werden. Kosten entstehen nach dem gewöhnlichen Taxitarif.
Sie sind beim BZA für die Erfüllung aller Fahrtwünsche bei minimalen Kosten verantwortlich. Was machen Sie?

2. Aufgabe **10 Punkte**

Die Verwendung von Adjazenzmatrizen zur Speicherung von Graphen $G = (V, E)$ wirft das Problem auf, daß für die Initialisierung der gesamten Matrix bereits $O\left(|V|^2\right)$ Operationen benötigt werden, so daß bessere Laufzeiten nicht mehr erreicht werden können.
Erfinden Sie eine Methode, um ein Element der Adjazenzmatrix beim ersten Zugriff zu initialisieren und so doch bessere Laufzeiten bei Verwendung von Adjazenzmatrizen erreichen zu können.
Hinweis: Speicherzellen können uninitialisiert sein und damit zufälligen Inhalt haben. Benutzen Sie einen Stack, in dem Sie festhalten, welche Elemente der Matrix bereits initialisiert wurden und für jedes Element der Adjazenzmatrix einen Zeiger in den Stack.

3. Aufgabe **10 Punkte**

Für einen zusammenhängenden Digraphen $D = (V, A)$ sind folgende Aussagen äquivalent:

(1) D ist ein eulersch.

(2) A ist die Vereinigung von paarweise disjunkten gerichteten Kreisen.

(3) Für jeden Knoten $v \in V$ sind Außengrad und Innengrad gleich (d. h. $|\delta^+(v)| = |\delta^-(v)|$).

4. Aufgabe **5+5 Punkte**

(1) Ein zusammenhängender Graph ist zweifach kantenzusammenhängend genau dann, wenn er keine Brücke besitzt.

(2) Ein zusammenhängender Graph ist zweifach knotenzusammenhängend genau dann, wenn er keinen Artikulationsknoten besitzt.