Technische Universität Berlin
Fachbereich 3 Mathematik
WS92/93
Martin Grötschel
Ralf Borndörfer
16. Oktober 1997

Kombinatorische Optimierung

10. Übungsblatt

Abgabetermin: 7. Januar 1993 in der Übung

37. Aufgabe **10 Punkte**

Betrachten Sie die folgende Heuristik für das `Bin-Packing`-Problem.
NEXT FIT. Gegeben sei ein `Bin-Packing`-Problem durch die Folge $d, t_1, \ldots, t_n$.
Die Gegenstände werden in der Reihenfolge, wie sie in der Liste vorkommen, behandelt. Es gibt immer eine aktuelle Kiste und einen aktuellen Gegenstand. Dieser wird, falls möglich, in die aktuelle Kiste gepackt. Passt der aktuelle Gegenstand nicht in die aktuelle Kiste, wird diese zugemacht und eine neue leere Kiste die aktuelle Kiste.
Gibt es eine Gütegarantie für diese Heuristik? Wenn ja, was ist die bestmögliche Gütegarantie und warum? Wenn nein, geben Sie eine Beispielklasse an, auf der **NEXT FIT** beliebig schlecht arbeitet.

38. Aufgabe **10 Punkte**

Untersuchen Sie die Komplexität des `Bin-Packing`-Problems.

(1) Ist `Bin-Packing` $\mathcal{NP}$-schwer (-leicht)?

(2) Was, wenn alle Gegenstände die gleiche Grösse haben?

(3) Was, wenn es zwei mögliche Grössen gibt?

39. Aufgabe **10 Punkte**

Gegeben sei das `Parallel-Shop`-Problem mit den Daten $m = 3$, $n = 9$ und $t = (3, 2, 2, 2, 4, 4, 4, 4, 9)$ und den Reihenfolgebedingungen $T_1 \to T_9$, $T_4 \to T_5$, $T_4 \to T_6$, $T_4 \to T_7$ und $T_4 \to T_8$.
Die optimale Fertigstellungszeit 12 ergibt sich bei Abarbeitung nach der Liste $L = [T_1, T_2, \ldots, T_n]$. Zeigen Sie an diesem Beispiel, daß sich beim List-Scheduling trotz

(1) Erhöhung der Zahl der Prozessoren

(2) Reduktion der Ausführungszeiten

(3) Vereinfachung der Reihenfolgebedingungen

die Fertigstellungszeit erhöhen kann. Man bezeichnet dieses Phänomen auch als List-Scheduling-Anomalie.
Versuchen Sie, allgemeine Beispiele zu finden, bei denen sich diese Anomalie besonders ungünstig auswirkt.

40. Aufgabe **10 Punkte**

Betrachten Sie das folgende `Assembly-Line-Scheduling`-Problem. Gegeben sei eine Produktionsanlage mit einem Fließband und zwei hintereinander aufgestellten Maschinen A und B sowie n Jobs, die jeweils Bearbeitungszeiten von a_i bzw. b_i auf Maschine A bzw. B haben. Die Jobs werden nacheinander auf das Fließband aufgebracht, wobei sie zunächst bei Maschine A ankommen, dort bearbeitet und anschliessend zu Maschine B weitertransportiert werden, wo die Bearbeitung vervollständigt wird. Das Fließband kann sich nur bewegen, wenn beide Maschinen die Bearbeitung ihres jeweiligen Jobs abgeschlossen haben. Folglich steht die schnellere der beiden Maschinen zwischen den Bewegungen des Fließbandes jeweils still. Gesucht ist eine Bearbeitungsreihenfolge der Jobs, die zu einer minimalen Gesamtbearbeitungszeit führt.
Modellieren Sie dieses `Assembly-Line-Scheduling`-Problem als `TSP` und begründen Sie die Korrektheit Ihrer Modellierung.

Frohe Weihnachten und viel Erfolg im neuen Jahr

Matthias Müller-Hannemann Ralf Borndörfer Martin Grötschel