Technische Universität Berlin
Fachbereich 3 Mathematik
WS92/93
Martin Grötschel
Ralf Borndörfer
16. Oktober 1997

Kombinatorische Optimierung

2. Übungsblatt

Abgabetermin: 29. Oktober 1992 in der Übung

5. Aufgabe **10 Punkte**

Beim Berliner Telebus kommt es häufig vor, daß eine Gruppe Behinderter gleichzeitig vom selben Ort aus zu unterschiedlichen Zielen abfahren möchte, z.B. am Ende eines Konzertes etc. Betrachten Sie das Problem, nur diese Fahrtwünsche zu disponieren. Sie wissen aus Erfahrung, daß die Gruppengröße maximal zwanzig beträgt, aber auch, daß Ihre Lösung Gegenstand intensiver Diskussion sein wird und Sie deshalb sehr gut disponieren müssen. Beachten Sie auch, daß die Fahrgäste eine Lösung, in der Sie zwar sehr wenige Fahrzeuge verwenden, in der aber einzelne Behinderte sehr lange unterwegs sind, nicht als gut betrachten werden.
Wie disponieren Sie?

6. Aufgabe **10 Punkte**

Beweisen Sie, daß für einen Graphen $G = (V, E)$ mit $n \geq 2$ Knoten die folgenden Aussagen äquivalent sind.

(1) G ist ein Baum.

(2) G ist zusammenhängend und enthält keinen Kreis.

(3) G ist zusammenhängend und enthält $n - 1$ Kanten.

(4) G enthält $n - 1$ Kanten aber keinen Kreis.

(5) G ist minimal zusammenhängend (d. h. G ist zusammenhängend, und $G - e$ ist unzusammenhängend für alle $e \in E$).

(6) G enthält keinen Kreis und bei Hinzufügen einer Kante wird genau ein Kreis erzeugt.

(7) Für je zwei Knoten u und v aus V gibt es genau einen $[u, v]$-Weg in G.

7. Aufgabe **10 Punkte**

Zeigen Sie, wie man einen Algorithmus zur Lösung des perfekten Matching-Problems dazu verwenden kann, in einem ungerichteten Graphen (mit positiven Kantengewichten) einen kürzesten $[u, v]$-Weg mit gerader Kantenzahl zu finden. Die verwendete Transformation soll polynomial sein.

8. Aufgabe **10 Punkte**

Zeigen Sie, daß das gerichtete Zuordnungsproblem mit einer polynomialen Transformation auf das bipartite Matchingproblem reduziert werden kann.