Technische Universität Berlin
Fachbereich 3 Mathematik
WS92/93
Martin Grötschel
Ralf Borndörfer
16. Oktober 1997

Kombinatorische Optimierung

3. Übungsblatt

Abgabetermin: 5. November 1992 in der Übung

9. Aufgabe **3+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1 Punkte**

Programmieren Sie einen Algorithmus zur Bestimmung eines minimalen aufspannenden Baumes in einem zusammenhängenden Graphen.

(1) Programmieren Sie eine entsprechende Funktion/Prozedur sowie ein zugehöriges Testprogramm. Dokumentieren Sie die Funktionsweise und die Laufzeit Ihres Algorithmus, Ihre Implementierungsüberlegungen und insbesondere die Schnittstelle ihrer Routine. Geben Sie ein Listing ihres Programmes und einen sinnvollen Ausdruck Ihrer Testergebnisse ab. Mailen Sie Ihr Programm an lop-001 und lop-002.

Testen Sie Ihr Programm an den folgenden Testbeispielen auf der `SONY`. Die Beispiele sind jeweils durch Angabe von Koordinaten für die Knoten gegeben, aus denen Sie die Entfernungen mit Hilfe von Funktionen berechnen müssen: Entweder handelt es sich um den euklidischen Abstand und kartesische Koordinaten (`EDGE_WEIGHT_TYPE: EUC_2D`) oder um geographische Abstände auf der Erde (`EDGE_WEIGHT_TYPE: GEO`) und Längen/Breitenangaben. Entsprechende Abstandsfunktionen in `C` stehen zur Verfügung.

(2)	`ali535.tsp`	(8)	`pla7397.tsp`
(3)	`d1291.tsp`	(9)	`pla85900.tsp`
(4)	`dsj1000.tsp`	(10)	`rl11849.tsp`
(5)	`fl3795.tsp`	(11)	`rl5915.tsp`
(6)	`gr666.tsp`	(12)	`ulysses16.tsp`
(7)	`pla33810.tsp`		

Abgabetermin für diese Aufgabe: 12. November in der Übung.

10. Aufgabe **10 Punkte**

Welche der folgende Probleme sind $\mathcal{NP}$-vollständig? Beweisen Sie jeweils Ihre Aussage.

(1) Gegeben Graphen G und H. Ist G isomorph zu einem Untergraphen von H?

(2) Gegeben ein Graph G. Enthält G einen Hamiltonweg?

(3) Gegeben ein Graph G und eine natürliche Zahl k. Gibt es in G einen aufspannenden Baum, in dem jeder Knoten höchstens den Grad k hat?

11. Aufgabe **10 Punkte**

Zeigen Sie, daß der Greedy-Max-Algorithmus korrekt ist.

12. Aufgabe **10 Punkte**

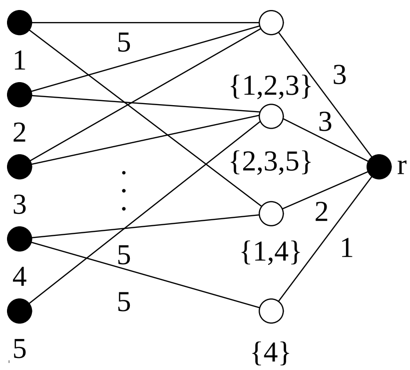
Betrachten Sie die folgenden beiden Entscheidungsprobleme.

- `SET BASIS` Gegeben eine Menge V und eine Menge C von Teilmengen von V. Gibt es paarweise disjunkte Mengen C_i in C, deren Vereinigung ganz V ist?

- `STEINERBAUM` Gegeben ein Graph $G = (V, E)$ mit natürlichen Kosten c_e für alle e aus E, eine Teilmenge W von V, die sogenannten Terminals, und eine natürliche Zahl k. Gibt es einen Baum T in G, der alle Knoten in W enthält und dessen Gewicht höchstens k beträgt?

Sei ein Problembeispiel von `SET BASIS` gegeben. Wir konstruieren ein Problembeispiel von `STEINERBAUM` wie folgt. Die Knotenmenge von G enthält ganz V, C und einen speziellen Knoten r. Kanten führen von r zu allen Knoten C_i, sie haben als Gewicht jeweils $|C_i|$. Hinzu kommen für jeden Knoten C_i noch die Kanten $\{ v, C_i \}$, falls v ein Element von C_i ist; diese Kanten haben alle das Gewicht $|V|$. Die Menge der Terminals sei $V \cup \{ r \}$ und für k wählen wir $|V|^2 + |V|$.

Für das durch $V = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ und $C = \{ \{ 1, 2, 3 \}, \{ 2, 3, 5 \}, \{ 1, 4 \}, \{ 4 \} \}$ beschriebene Problembeispiel von `SET BASIS` sähe das nach obiger Transformation erhaltene `STEINERBAUM`problem mit $k = 25 + 5 = 30$ wie folgt aus (Terminals sind schwarz.).



`SET BASIS` ist $\mathcal{NP}$-vollständig. Zeigen Sie mit Hilfe der obigen Transformation, daß `STEINERBAUM` ebenfalls $\mathcal{NP}$-vollständig ist.