Technische Universität Berlin
Fachbereich 3 Mathematik
WS92/93
Martin Grötschel
Ralf Borndörfer
16. Oktober 1997

Kombinatorische Optimierung

6. Übungsblatt

Abgabetermin: 3. Dezember 1992 in der Übung

21. Aufgabe **3+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1 Punkte**

Programmieren Sie einen Algorithmus zur Bestimmung eines Kürzeste-Wege-Baumes in einem zusammenhängenden Graphen.
Programmieren Sie eine entsprechende Funktion/Prozedur sowie ein zugehöriges Testprogramm. Dokumentieren Sie die Funktionsweise und die Laufzeit Ihres Algorithmus, Ihre Implementierungsüberlegungen und insbesondere die Schnittstelle ihrer Routine. Geben Sie ein Listing ihres Programmes und einen sinnvollen Ausdruck Ihrer Testergebnisse ab. Mailen Sie Ihr Programm an lop-001 und lop-002.
Testen Sie Ihr Programm an den Testbeispielen der Aufgabe 9 auf der `SONY`.
Abgabetermin für diese Aufgabe: 10. Dezember in der Übung.

22. Aufgabe **10 Punkte**

Sei $G = (V, E)$ ein Graph, $v \in V$. Zeigen Sie, daß $(E, \mathcal{I})$ für die folgenden Mengensysteme $\mathcal{I}$ ein Matroid ist.

(1)
$$\mathcal{I} = \{ F \subseteq E \mid F \text{ ist ein Wald} \}$$

(2)
$$\mathcal{I} = \{ F \subseteq E \mid E \setminus F \text{ ist ein Wald} \}$$

(3) Sei G zusätzlich zusammenhängend und v ein Knoten mit $\delta(v) \geq 2$. Ein v-Baum besteht aus einem aufspannenden Baum des durch die Knotenmenge $V \setminus \{ v \}$ induzierten Untergraphen von G und zwei zusätzlichen Kanten mit Endknoten v.

$$\mathcal{I} = \{ F \subseteq E \mid F \text{ ist Teilmenge eines } v\text{-Baums} \}$$

23. Aufgabe **10 Punkte**

Das azyklische Subdigraphen Problem (ASP) besteht darin, in einem Digraphen mit Bogengewichten einen Subdigraphen ohne gerichtete Kreise zu finden, dessen Gewicht maximal ist. Versuchen Sie, Bogengewichte für den vollständigen Digraphen D_n so zu bestimmen, daß der Greedy-Algorithmus zur Lösung des ASP angewendet auf diesen Digraphen einen möglichst schlechten (verglichen mit dem optimalen) azyklischen Subdigraphen liefert.

24. Aufgabe **10 Punkte**

Sei A die Knoten-/Knotenadjazenzmatrix eines Graphen $G = (V, E)$ und bezeichne A^k für k aus $\mathbb{N}$ ihre k-te Potenz. Dann ist für alle Knoten i und j und alle $k \in \mathbb{N}$

$$A_{ij}^k$$

die Anzahl verschiedener (i, j)-Wege in G der Länge k.