FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
FB MATHEMATIK UND INFORMATIK
WINTERSEMESTER 2017/18

Prof. Dr. Ralf Borndörfer
Stephan Schwartz

Lineare Algebra 2 (Lehramt)

Übungsblatt 3

Abgabe: bis Mi, 08.11.2017, 12:00 Uhr

Aufgabe 3.1 **3+3+4 Punkte**

Für eine invertierbare Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und $v \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ sei $Av = \lambda v$ für ein $\lambda \in \mathbb{R}$. Geben Sie jeweils einen Eigenwert und zugehörigen Eigenvektor von B an (mit Beweis).

a) $B = rA,\ r \in \mathbb{R}$

b) $B = A^k,\ k \in \mathbb{N}$

c) $B = A^{-1}$

Aufgabe 3.2 **3+3+4 Punkte**

Bestimmen Sie, ob die folgenden Matrizen diagonalisierbar sind.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 3.3 **10 Punkte**

Berechnen Sie alle Eigenwerte und zugehörige Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -6 & -6 \\ -2 & -1 & 2 \\ 11 & -6 & -9 \end{pmatrix}.$$

Hinweis: Die Nullstellen des charakteristischen Polynoms sind ganzzahlig.

Aufgabe 3.4 **3+3+4 Punkte**

Sei V ein zweidimensionaler $\mathbb{R}$-Vektorraum und $f : V \to V$ ein Endomorphismus mit charakteristischem Polynom $\lambda^2 - 1$.

a) Welche Eigenwerte hat f?

b) Ist f diagonalisierbar?

c) Bestimmen Sie f^2 (also $f \circ f$).