Freie Universität Berlin
FB Mathematik und Informatik
Wintersemester 2017/18

Prof. Dr. Ralf Borndörfer
Stephan Schwartz

Lineare Algebra 2 (Lehramt)

Übungsblatt 4

Abgabe: bis Mi, 15.11.2017, 12:00 Uhr

Aufgabe 4.1 — 5+5 Punkte

Betrachten Sie für $n \geq 3$ die Matrix

$$A_n = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie $Eig(A_n, 0)$.

b) Bestimmen Sie noch zwei weitere Eigenwerte von A_n.

Aufgabe 4.2 — 10 Punkte

Für $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ sei $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit $f(A) = A \cdot B$. Bestimmen Sie $Eig(f, \lambda)$ für alle $\lambda \in \Lambda(f)$.

Aufgabe 4.3 — 10 Punkte

Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x \\ x + 2y \\ 3z \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie $\chi_f(\lambda)$ sowie alle Eigenwerte und zugehörige Eigenräume von f.

Aufgabe 4.4 — 10 Punkte

Bestimmen Sie das charakteristische Polynom $\chi_A(\lambda) = \alpha\lambda^2 + \beta\lambda + \gamma$ für die Matrix $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Berechnen Sie anschließend die Matrix $\alpha A^2 + \beta A + \gamma I_2$.