

Lineare Algebra 2 (Lehramt)

Übungsblatt 7

Abgabe: bis Mi, 06.12.2017, 12:00 Uhr

Aufgabe 7.1

4+3+3 Punkte

Bestimmen Sie für die folgenden Matrizen jeweils das charakteristische Polynom und das Minimalpolynom.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 7.2

6+4 Punkte

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $-A^4 = 2A^2 + I_n$.

- Zeigen Sie, dass n gerade ist.
- Finden Sie eine solche Matrix für den Fall $n = 2$.

Aufgabe 7.3

10 Punkte

Bestimmen Sie eine Jordan-Basis und die zugehörige Jordan-Normalform der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 4 & -3 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & -4 & 5 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Hinweis: $\chi_A(\lambda) = (1 - \lambda)^4(2 - \lambda)$ und $(I_5 - A)^3(2I_5 - A) = 0$.

Aufgabe 7.4

10 Punkte

Bestimmen Sie Eigenwerte und Eigenräume der Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$.