

**5. Übungsblatt zur Vorlesung  
Höhere Analysis  
Sommersemester 2015**

---

Abgabe: 26.05.2015 in der Vorlesung

---

*Bitte beachten Sie:*

*Die Aufgaben sollen in Zweiergruppen abgegeben werden. Auf jedem Übungszettel müssen die Namen **beider** Gruppenmitglieder stehen. Bitte tackern Sie Ihre Lösungen zusammen.*

**Aufgabe 1 (2 Punkte)**

Lösen Sie die folgende Differentialgleichung, indem Sie sie auf eine lineare Gleichung zurückführen:

$$y' = t(y + y^2), \quad y(0) = 1$$

**Aufgabe 2 (4 Punkte)**

Betrachte die 1-dimensionale Differentialgleichung

$$y \cdot y' = -t.$$

- (a) Zeigen Sie, dass die implizit gegebene Funktion  $y(t)$  mit

$$y^2 + t^2 = C$$

eine Lösung dieser Differentialgleichung ist, wobei  $C$  eine Konstante ist.

Finden Sie Anfangswertbedingungen  $(t_0, y_0)$  derart, dass das Anfangswertproblem  $y \cdot y' = -t$ ,  $y(t_0) = y_0$

- (b) genau eine Lösung,
- (c) mehr als eine Lösung,
- (d) keine Lösung

besitzt.

**Aufgabe 3 (4 Punkte)**

Geben Sie zwei verschiedene Lösungen des Anfangswertproblems

$$y' = -t\sqrt{|1 - y^2|}, \quad y(0) = 1$$

an. Warum ist dies kein Widerspruch zum (Existenz- und ) Eindeutigkeitssatz von Picard-Lindelöf?

**Aufgabe 4 (6 Punkte)**

Führen Sie die Picard-Iteration durch für das Anfangswertproblem

$$y'' + \lambda^2 y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Transformieren Sie dazu diese Gleichung in eine Differentialgleichung 1. Ordnung in den Variablen  $x$  und  $v$ , und benutzen Sie als Startfunktionen die konstanten Funktionen  $x_0 \equiv 1$ ,  $v_0 \equiv 0$ . Gegen welche Funktionen konvergieren die entstehenden Potenzreihen?