Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik

ADM I - Einführung in die Lineare und
Kombinatorische Optimierung
Wintersemester 14/15

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Axel Werner
Torsten Klug
Benedikt Bodendorf

11. Übungsblatt

Abgabetermin: 16.01.2015 bis 14:15 in MA041

Aufgabe 41. **5 Punkte**

Gegeben sei folgendes Optimierungsproblem

$$\begin{array}{lrcrcrcrcl}
\min & -10x_1 & + & 57x_2 & + & 9x_3 & + & 24x_4 & & \\
s.d. & \frac{1}{2}x_1 & - & \frac{11}{2}x_2 & - & \frac{5}{2}x_3 & + & 9x_4 & \leq & 0 \\
 & \frac{1}{2}x_1 & - & \frac{3}{2}x_2 & - & \frac{1}{2}x_3 & + & x_4 & \leq & 0 \\
 & x_1 & & & & & & & \leq & 1 \\
 & & & & x_1, & x_2, & x_3, & x_4 & \geq & 0
\end{array}$$

Eine zulässige Basis sind die Schlupfvariablen. Wendet den Simplex-Algorithmus solange an, bis diese Basis ein zweites mal erreicht wird. Dabei wählt als neue Basisvariable, die mit dem größten relativen Abstieg. Bei einer Auswahl zwischen mehreren die Basis potenziell verlassenden Variablen, wählt die mit dem kleinsten Index.

Aufgabe 42. **5 Punkte**

Löst das folgende LP zweimal mit der Tableaumethode. Pivotisiert einmal lexikographisch und einmal nach der Regel von Bland:

$$\begin{array}{lrcrcrcrcl}
\min & -x_1 & + & 7x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & & \\
s.d. & \frac{1}{2}x_1 & - & \frac{9}{2}x_2 & - & \frac{5}{2}x_3 & + & 11x_4 & \leq & 0 \\
 & \frac{1}{2}x_1 & - & \frac{3}{2}x_2 & + & \frac{1}{2}x_3 & + & x_4 & \leq & 0 \\
 & & & & x_1, & x_2, & x_3, & x_4 & \geq & 0
\end{array}$$

Bei der Regel von Bland wird aus den möglichen Spalten, die mit dem kleinsten Index gewählt. Gibt es in einer Spalte mehr als einen Pivotekandidaten, wird der mit dem kleinsten Zeilenindex genommen. Markiert in jeder Iteration das Pivotelement.

Aufgabe 43. **5 Punkte**

Zeigt, dass in Phase I des Simplex-Algorithmus, sobald eine künstliche Variable die Basis verlassen hat, diese nicht noch einmal in die Basis aufgenommen werden muss.

Aufgabe 44. **5 Punkte**

Angenommen Phase 2 des Simplex-Algorithmus wird mit zulässiger Startbasis B_0 auf ein LP angewendet. Des Weiteren werden in k Pivotschritten mit den Pivotelementen $\bar{a}_{i_l j_l}, l = 1, \ldots, k$ die Basen $B_l, l = 1, \ldots, k$ durchlaufen. Zeigt, dass gilt

$$\det B_k = \prod_{l=1}^{k} \bar{a}_{i_l j_l} \det B_0$$

Fragen: klug@zib.de