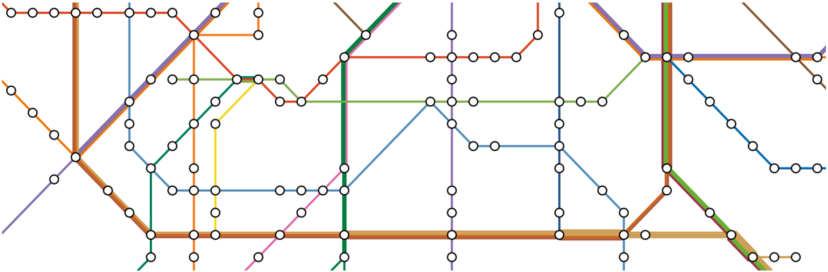
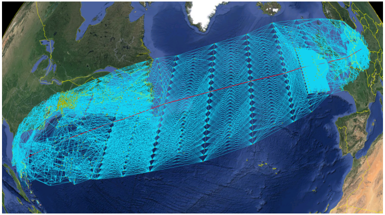
Umsteigen ohne Warten

Niels Lindner
Zuse-Institut Berlin



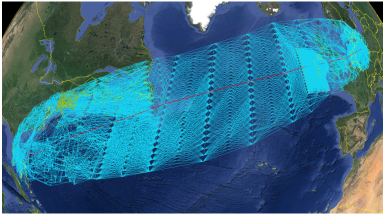
Tag der Mathematik
Erlangen, 16.03.2019

Projekte am Zuse-Institut Berlin

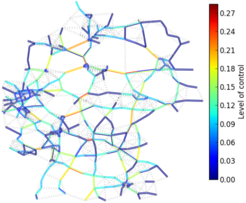


Flugroutenoptimierung

Projekte am Zuse-Institut Berlin

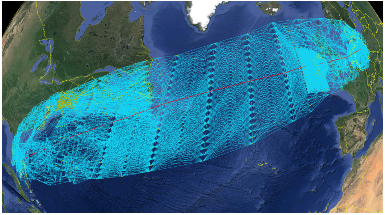


Flugroutenoptimierung

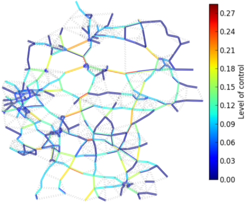


Mautkontrolle

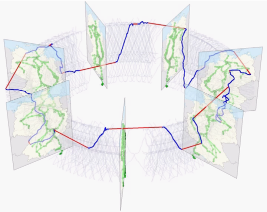
Projekte am Zuse-Institut Berlin



Flugroutenoptimierung

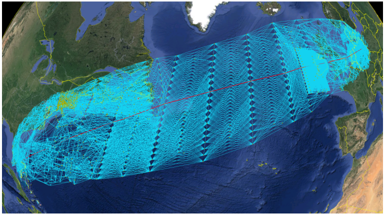


Mautkontrolle

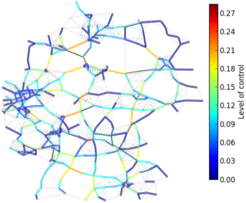


ICE-Umlaufplanung

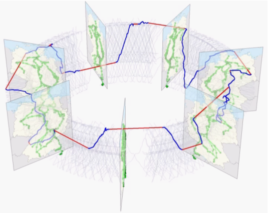
Projekte am Zuse-Institut Berlin



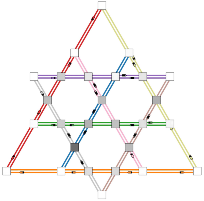
Flugroutenoptimierung



Mautkontrolle

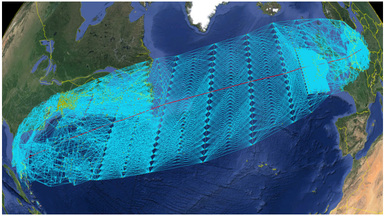


ICE-Umlaufplanung

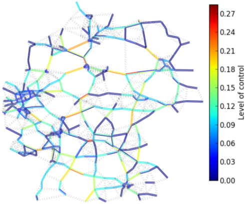


Integrierte Fahr- und Routenplanung

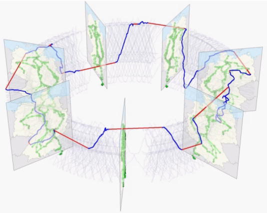
Projekte am Zuse-Institut Berlin



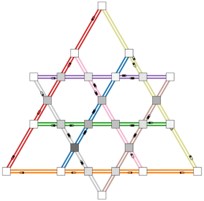
Flugroutenoptimierung



Mautkontrolle



ICE-Umlaufplanung



Integrierte Fahr- und Routenplanung

Außerdem: Supercomputing, Energienetze, Nanooptik, Bioinformatik, Datenanalyse, ...

§1 Planungsprobleme im öffentlichen Verkehr

§1.1 Ziele

Fahrgastperspektive

Öffentlicher Verkehr sollte unter anderem…

schnell

pünktlich

häufig

günstig

zuverlässig

sicher

gut erreichbar

komfortabel

… sein.

Fahrgastperspektive

Welche Verbindung ist am besten?

Fahrgastperspektive

Welche Verbindung ist am besten?

Bahnhof/Haltestelle	Zeit	Dauer	Umst.	Produkte	Sparangebote	Flexpreis
	Früher				Preis für alle Reisenden inkl. Ermäßigungskarten*	
Berlin Hbf (tief) Frankfurt(Main)Hbf Details einblenden	07:04 10:56	3:52 Rückfahrt hinzufügen	0	ICE	79,90 EUR Zur Angebotsauswahl	129,00 EUR
Berlin Hbf (tief) Frankfurt(Main)Hbf Details einblenden	07:27 11:44	4:17 Rückfahrt hinzufügen	0	ICE	67,90 EUR Zur Angebotsauswahl	129,00 EUR
Berlin Hbf (tief) Frankfurt(Main)Hbf Details einblenden	07:38 11:44	4:06 Rückfahrt hinzufügen	1	ICE	51,90 EUR Zur Angebotsauswahl	129,00 EUR
Details für alle	Später					

bahn.de

Fahrgastperspektive

Welche Verbindung ist am besten?

Früher

Preis für alle Reisenden inkl. Ermäßigungskarten*

Bahnhof/Haltestelle	Zeit	Dauer	Umst.	Produkte	Sparangebote	Flexpreis
Berlin Hbf (tief) Frankfurt(Main)Hbf Details einblenden	**07:04** **10:56**	3:52 Rückfahrt hinzufügen	0	ICE	**79,90 EUR** Zur Angebotsauswahl	**129,00 EUR**
Berlin Hbf (tief) Frankfurt(Main)Hbf Details einblenden	**07:27** **11:44**	4:17 Rückfahrt hinzufügen	0	ICE	**67,90 EUR** Zur Angebotsauswahl	**129,00 EUR**
Berlin Hbf (tief) Frankfurt(Main)Hbf Details einblenden	**07:38** **11:44**	4:06 Rückfahrt hinzufügen	1	ICE	**51,90 EUR** Zur Angebotsauswahl	**129,00 EUR**

Details für alle

Später

bahn.de

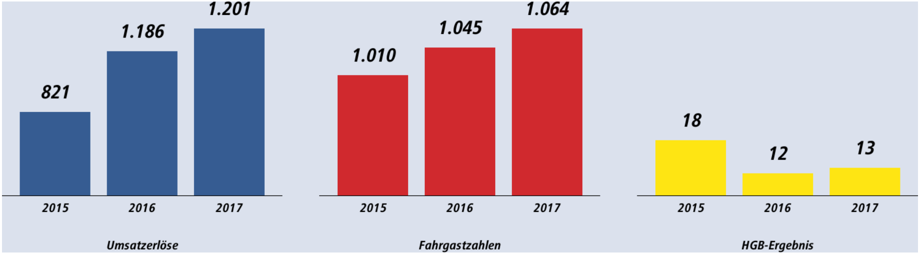
Keine der Verbindungen ist *die* beste: Bezüglich der Kriterien *kürzeste Dauer*, *wenigste Umstiege* und *niedrigster Preis* sind alle *Pareto-optimal*.

Verkehrsunternehmen

Worum geht es Verkehrsunternehmen?

Verkehrsunternehmen

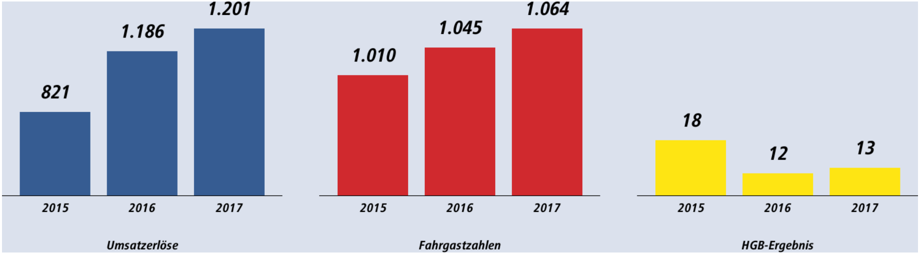
Worum geht es Verkehrsunternehmen?



in Tausend, Geschäftsbericht Berliner Verkehrsbetriebe 2017, geschaeftsbericht.bvg.de

Verkehrsunternehmen

Worum geht es Verkehrsunternehmen?



in Tausend, Geschäftsbericht Berliner Verkehrsbetriebe 2017, geschaeftsbericht.bvg.de

Also: hohe Fahrgeldeinnahmen, effizienter und kostengünstiger Betrieb, geringe Störungsanfälligkeit, einfache Disposition, ...

Besteller

Öffentlicher Nahverkehr wird durch die Länder bestellt.

Besteller

Öffentlicher Nahverkehr wird durch die Länder bestellt.

- möglichst wenig Subventionen

Besteller

Öffentlicher Nahverkehr wird durch die Länder bestellt.

- möglichst wenig Subventionen
- politische Rahmenbedingungen (z. B. Qualitätsvorgaben)

Besteller

Öffentlicher Nahverkehr wird durch die Länder bestellt.

- möglichst wenig Subventionen
- politische Rahmenbedingungen (z. B. Qualitätsvorgaben)

Gebiete	Zielwert	Toleranzwert
Tagesverkehr		
Hohe Nutzungsdichte	300 m	400 m
Niedrige Nutzungsdichte	400 m	500 m
Zu erfüllen für Anteil der Gesamtbevölkerung	**80%**	**96%**
Erfüllt für Anteil der Gesamtbevölkerung	*86,4%*	*95,5%*

Standards für Entfernung zur nächsten Haltestelle, Center Nahverkehr Berlin, cnb-online.de

Konflikte

Grundkonflikt

maximaler Fahrgastnutzen $\leftrightsquigarrow$ minimale Kosten

Konflikte

Grundkonflikt

maximaler Fahrgastnutzen $\leftrightsquigarrow$ minimale Kosten

Beispiele

niedrige Tarife $\leftrightsquigarrow$ hohe Einnahmen

Konflikte

Grundkonflikt

maximaler Fahrgastnutzen $\leftrightsquigarrow$ minimale Kosten

Beispiele

niedrige Tarife $\leftrightsquigarrow$ hohe Einnahmen
dichte Takte $\leftrightsquigarrow$ wenig Fahrzeuge

Konflikte

Grundkonflikt

maximaler Fahrgastnutzen $\leftrightsquigarrow$ minimale Kosten

Beispiele

niedrige Tarife	$\leftrightsquigarrow$	hohe Einnahmen
dichte Takte	$\leftrightsquigarrow$	wenig Fahrzeuge
hohe Zuverlässigkeit	$\leftrightsquigarrow$	geringe Wartungskosten

Konflikte

Grundkonflikt

maximaler Fahrgastnutzen $\leftrightsquigarrow$ minimale Kosten

Beispiele

niedrige Tarife	$\leftrightsquigarrow$	hohe Einnahmen
dichte Takte	$\leftrightsquigarrow$	wenig Fahrzeuge
hohe Zuverlässigkeit	$\leftrightsquigarrow$	geringe Wartungskosten
pünktliche Verkehrsmittel	$\leftrightsquigarrow$	kurze Zeitreserven

Konflikte

Grundkonflikt

maximaler Fahrgastnutzen $\leftrightsquigarrow$ minimale Kosten

Beispiele

niedrige Tarife	$\leftrightsquigarrow$	hohe Einnahmen
dichte Takte	$\leftrightsquigarrow$	wenig Fahrzeuge
hohe Zuverlässigkeit	$\leftrightsquigarrow$	geringe Wartungskosten
pünktliche Verkehrsmittel	$\leftrightsquigarrow$	kurze Zeitreserven
wenig Umstiege	$\leftrightsquigarrow$	kurze Linien

Konflikte

Grundkonflikt

maximaler Fahrgastnutzen $\leftrightsquigarrow$ minimale Kosten

Beispiele

niedrige Tarife	$\leftrightsquigarrow$	hohe Einnahmen
dichte Takte	$\leftrightsquigarrow$	wenig Fahrzeuge
hohe Zuverlässigkeit	$\leftrightsquigarrow$	geringe Wartungskosten
pünktliche Verkehrsmittel	$\leftrightsquigarrow$	kurze Zeitreserven
wenig Umstiege	$\leftrightsquigarrow$	kurze Linien
flexibles Störungsmanagement	$\leftrightsquigarrow$	einfache Disposition

$\vdots$

Konflikte

Lösungsansätze

Konflikte

Lösungsansätze

- Maximierung des Fahrgastnutzens, obere Schranke an Betriebskosten

Konflikte

Lösungsansätze

- Maximierung des Fahrgastnutzens, obere Schranke an Betriebskosten
- Minimierung der Betriebskosten, untere Schranke an Fahrgastnutzen

Konflikte

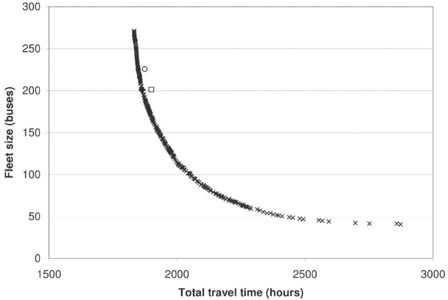
Lösungsansätze

- Maximierung des Fahrgastnutzens, obere Schranke an Betriebskosten
- Minimierung der Betriebskosten, untere Schranke an Fahrgastnutzen
- gleichzeitige Optimierung mit Gewichtung

Konflikte

Lösungsansätze

- Maximierung des Fahrgastnutzens, obere Schranke an Betriebskosten
- Minimierung der Betriebskosten, untere Schranke an Fahrgastnutzen
- gleichzeitige Optimierung mit Gewichtung
- Pareto-Optimierung



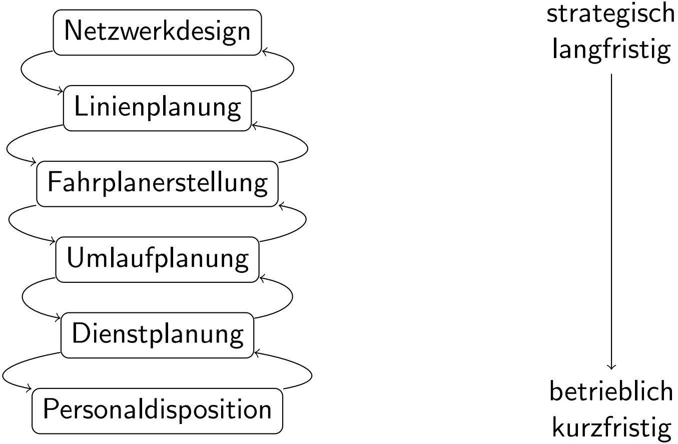
Giesen et. al.: A method for solving the multi-objective transit frequency optimization problem, 2017

§1

Planungsprobleme im öffentlichen Verkehr

§1.2 Probleme

Planungszyklus



Bussieck et. al.: Discrete optimization in public rail transport, 1997
Liebchen: Periodic timetable optimization in public transport, 2006

Netzwerkdesign

Beispiele

- Position von Haltestellen, Betriebshöfen, Ladesäulen, ...

  Facility Location: Aus einer Menge von möglichen Standorten soll eine Teilmenge bestimmt werden, die die Versorgung sicherstellt und möglichst geringe Kosten hat.

Netzwerkdesign

Beispiele

- Position von Haltestellen, Betriebshöfen, Ladesäulen, ...

  Facility Location: Aus einer Menge von möglichen Standorten soll eine Teilmenge bestimmt werden, die die Versorgung sicherstellt und möglichst geringe Kosten hat.

- Planung von Fahrwegen: Gleise, Seilbahn, Oberleitung, ...

S. Schmitz, ma.tum.de

Steinerbaumproblem: Verbinde mehrere Orte mit einer kostenminimalen Menge an Verbindungen.

Survivable Network Design: Finde ein möglichst kleines Netzwerk mit maximaler Anzahl an disjunkten Wegen.

Linienplanung

Aufgabe

Wähle eine optimale Menge von Linien und ihren Taktfrequenzen aus, sodass die Nachfrage abgedeckt wird.

Linienplanung

Aufgabe

Wähle eine optimale Menge von Linien und ihren Taktfrequenzen aus, sodass die Nachfrage abgedeckt wird.

Bedingungen

- minimale Betriebskosten, minimale Reisezeit, maximale Direktfahrer
- untere und obere Schranken an die Taktfrequenzen
- Fahrzeug-/Fahrwegkapazitäten

Linienplanung

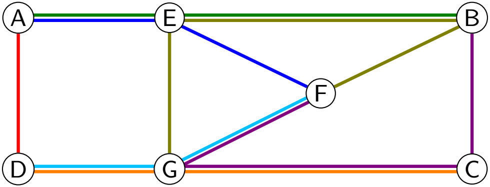
Aufgabe

Wähle eine optimale Menge von Linien und ihren Taktfrequenzen aus, sodass die Nachfrage abgedeckt wird.

Bedingungen

- minimale Betriebskosten, minimale Reisezeit, maximale Direktfahrer
- untere und obere Schranken an die Taktfrequenzen
- Fahrzeug-/Fahrwegkapazitäten

Beispiel (Linienpool und Nachfragematrix)



		nach		
		B	C	F
	A	50	0	50
von	D	0	80	20
	G	40	0	0

Fahrplanerstellung

Aufgabe

Bestimme optimale Abfahrts- und Ankunftszeiten für eine gegebene Menge von Linien und ihren Taktfrequenzen.

Fahrplanerstellung

Aufgabe

Bestimme optimale Abfahrts- und Ankunftszeiten für eine gegebene Menge von Linien und ihren Taktfrequenzen.

Bedingungen

- minimale Reisezeit, minimale Wendezeit, maximaler Trassenpreis
- untere und obere Schranken an Fahr-, Umsteige-, Aufenthalts-, Wendezeiten und Fahrtabstände

Fahrplanerstellung

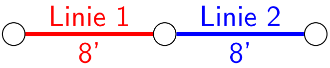
Aufgabe

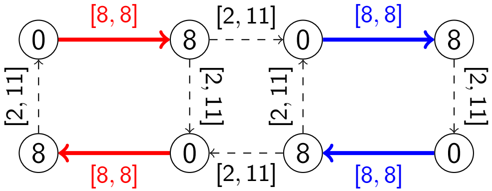
Bestimme optimale Abfahrts- und Ankunftszeiten für eine gegebene Menge von Linien und ihren Taktfrequenzen.

Bedingungen

- minimale Reisezeit, minimale Wendezeit, maximaler Trassenpreis
- untere und obere Schranken an Fahr-, Umsteige-, Aufenthalts-, Wendezeiten und Fahrtabstände

Beispiel (10-Min.-Takt, 2 Min. Mindestumsteige-/wendezeit)





Umlaufplanung

Aufgabe

Ordne gegebenen Fahrplanfahrten auf optimale Weise Fahrzeuge zu.

Umlaufplanung

Aufgabe

Ordne gegebenen Fahrplanfahrten auf optimale Weise Fahrzeuge zu.

Bedingungen

- minimale Fahrzeuganzahl, minimale Betriebskosten
- Schranken an Wende-, Einrück-, Ausrück-, Gesamtfahrzeiten
- mehrere Betriebshöfe und Fahrzeugtypen, Wartung, Regularität

Umlaufplanung

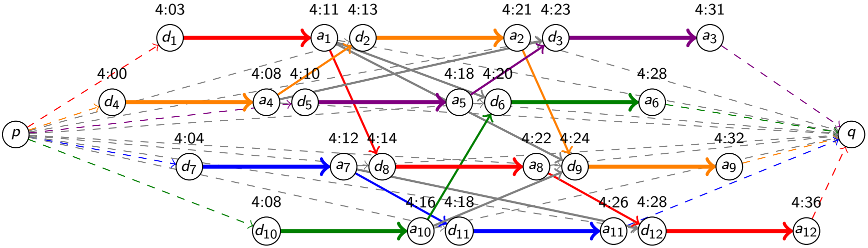
Aufgabe

Ordne gegebenen Fahrplanfahrten auf optimale Weise Fahrzeuge zu.

Bedingungen

- minimale Fahrzeuganzahl, minimale Betriebskosten
- Schranken an Wende-, Einrück-, Ausrück-, Gesamtfahrzeiten
- mehrere Betriebshöfe und Fahrzeugtypen, Wartung, Regularität

Beispiel (Netzwerkfluss-Modell, 5 Umläufe für 12 Fahrten)



Dienstplanung

Aufgabe

Fasse Fahrten effizient zu Diensten zusammen.

Dienstplanung

Aufgabe

Fasse Fahrten effizient zu Diensten zusammen.

Bedingungen

- minimale Anzahl an Diensten
- Schranken an Dienstlänge, Pausenzeiten
- verschiedene Dienstarten und Ablösepunkte, Robustheit

Dienstplanung

Aufgabe

Fasse Fahrten effizient zu Diensten zusammen.

Bedingungen

- minimale Anzahl an Diensten
- Schranken an Dienstlänge, Pausenzeiten
- verschiedene Dienstarten und Ablösepunkte, Robustheit

Relation zu Umlaufplanung

- Modellierung ebenfalls als (Mehrgüter-)Netzwerkflussproblem
- ähnliche Struktur $\rightsquigarrow$ *integrierte* Umlauf- und Dienstplanung möglich

Personaldisposition/Dienstreihefolgeplanung

Aufgabe

Gruppiere Dienste effizient zu Dienstreihenfolgen und ordne diese dem Personal zu.

Personaldisposition/Dienstreihefolgeplanung

Aufgabe

Gruppiere Dienste effizient zu Dienstreihenfolgen und ordne diese dem Personal zu.

Bedingungen

- minimale Personalkosten
- Dienstarten und -reihenfolge, Wochenarbeits-, Ruhe-, Pausenzeiten
- Tarifverträge, Dienstvereinbarungen, Mitarbeiterwünsche
- sehr kurzer Planungshorizont (Echtzeit)

Personaldisposition/Dienstreihefolgeplanung

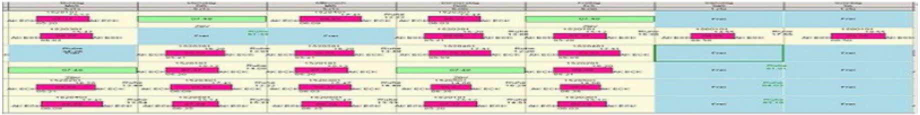
Aufgabe

Gruppiere Dienste effizient zu Dienstreihenfolgen und ordne diese dem Personal zu.

Bedingungen

- minimale Personalkosten
- Dienstarten und -reihenfolge, Wochenarbeits-, Ruhe-, Pausenzeiten
- Tarifverträge, Dienstvereinbarungen, Mitarbeiterwünsche
- sehr kurzer Planungshorizont (Echtzeit)

Beispiel (rot: Dienst, grün: Bereitschaft, blau: frei)



Borndörfer et. al.: Integrierte Dienst- und Dienstreihenfolgeplanung zur Erhöhung der Fahrerzufriedenheit, 2014

Praxis: Hindernisse

Zahlreiche Probleme in der Verkehrsplanung lassen sich mathematisch modellieren und optimieren.

Praxis: Hindernisse

Zahlreiche Probleme in der Verkehrsplanung lassen sich mathematisch modellieren und optimieren.

Hindernis 1

Die resultierenden Optimierungsprobleme sind für gewöhnlich *NP-schwer* – es gibt vermutlich keine effizienten Algorithmen für exakte Lösungen.

Praxis: Hindernisse

Zahlreiche Probleme in der Verkehrsplanung lassen sich mathematisch modellieren und optimieren.

Hindernis 1

Die resultierenden Optimierungsprobleme sind für gewöhnlich *NP-schwer* – es gibt vermutlich keine effizienten Algorithmen für exakte Lösungen.

Millenium-Problem: P-NP-Vermutung

Der Beweis der (Nicht-)Existenz eines in polynomieller Zeit laufenden Algorithmus, der für ein beliebiges Liniennetzwerk entscheiden kann, ob es einen zulässigen Taktfahrplan gibt, bringt 1 Mio. US-$.
In der Praxis lassen sich dennoch schnell gute Lösungen berechnen, die nicht allzu weit von Optimallösungen entfernt sind.

Praxis: Hindernisse

Zahlreiche Probleme in der Verkehrsplanung lassen sich mathematisch modellieren und optimieren.

Hindernis 1

Die resultierenden Optimierungsprobleme sind für gewöhnlich *NP-schwer* – es gibt vermutlich keine effizienten Algorithmen für exakte Lösungen.

Millenium-Problem: P-NP-Vermutung

Der Beweis der (Nicht-)Existenz eines in polynomieller Zeit laufenden Algorithmus, der für ein beliebiges Liniennetzwerk entscheiden kann, ob es einen zulässigen Taktfahrplan gibt, bringt 1 Mio. US-$.
In der Praxis lassen sich dennoch schnell gute Lösungen berechnen, die nicht allzu weit von Optimallösungen entfernt sind.

Hindernis 2

Die Probleme sind oft sehr groß – z. B. Umlaufplanung BVG-Bus:
ca. 70 Mio. mögliche Leerfahrten bei 45 Depot-Bustyp-Kombinationen.

Praxis: Hindernisse

Hindernis 3

Mathematische Optimierung unterscheidet sich fundamental von den üblichen Planungsmethoden im öffentlichen Nahverkehr.

Praxis: Hindernisse

Hindernis 3

Mathematische Optimierung unterscheidet sich fundamental von den üblichen Planungsmethoden im öffentlichen Nahverkehr.

- Die Probleme werden oft durch Bearbeiten einer Abfolge von einfachen Regeln angegangen.

Praxis: Hindernisse

Hindernis 3

Mathematische Optimierung unterscheidet sich fundamental von den üblichen Planungsmethoden im öffentlichen Nahverkehr.

- Die Probleme werden oft durch Bearbeiten einer Abfolge von einfachen Regeln angegangen.
- Offizielle Gutachten beruhen nur auf Simulation einiger weniger Fälle.

Praxis: Hindernisse

Hindernis 3

Mathematische Optimierung unterscheidet sich fundamental von den üblichen Planungsmethoden im öffentlichen Nahverkehr.

- Die Probleme werden oft durch Bearbeiten einer Abfolge von einfachen Regeln angegangen.
- Offizielle Gutachten beruhen nur auf Simulation einiger weniger Fälle.
- Insbesondere Netzwerkdesign und Linienplanung sind hochgradig politisch.

Praxis: Hindernisse

Hindernis 3

Mathematische Optimierung unterscheidet sich fundamental von den üblichen Planungsmethoden im öffentlichen Nahverkehr.

- Die Probleme werden oft durch Bearbeiten einer Abfolge von einfachen Regeln angegangen.
- Offizielle Gutachten beruhen nur auf Simulation einiger weniger Fälle.
- Insbesondere Netzwerkdesign und Linienplanung sind hochgradig politisch.
- Fahrpläne wachsen historisch oder werden vom Besteller vorgegeben.

Praxis: Hindernisse

Hindernis 3

Mathematische Optimierung unterscheidet sich fundamental von den üblichen Planungsmethoden im öffentlichen Nahverkehr.

- Die Probleme werden oft durch Bearbeiten einer Abfolge von einfachen Regeln angegangen.
- Offizielle Gutachten beruhen nur auf Simulation einiger weniger Fälle.
- Insbesondere Netzwerkdesign und Linienplanung sind hochgradig politisch.
- Fahrpläne wachsen historisch oder werden vom Besteller vorgegeben.
- Das Potenzial mathematischer Optimierung wird unterschätzt: „brauchen wir nicht“ oder „können wir besser“.

Praxis: Erfolge

Praxiseinsätze von mathematischer Optimierung

- Linienplanung: Potsdam (2010), Istanbul (2016), Karlsruhe (2018)
- Taktfahrpläne: DB Fernverkehr, NS Reizigers (Niederlande), SBB (Schweiz), Berliner U-Bahn (2005)
- Umlaufplanung: DB Fernverkehr, SNCF (Frankreich)
- Integrierte Umlauf- und Dienstplanung: Industriestandard (IVU.suite)
- Störungsmanagement: Nederlandse Spoorwegen (Niederlande), Jernbaneverket (Norwegen)

Praxis: Erfolge

Praxiseinsätze von mathematischer Optimierung

- Linienplanung: Potsdam (2010), Istanbul (2016), Karlsruhe (2018)
- Taktfahrpläne: DB Fernverkehr, NS Reizigers (Niederlande), SBB (Schweiz), Berliner U-Bahn (2005)
- Umlaufplanung: DB Fernverkehr, SNCF (Frankreich)
- Integrierte Umlauf- und Dienstplanung: Industriestandard (IVU.suite)
- Störungsmanagement: Nederlandse Spoorwegen (Niederlande), Jernbaneverket (Norwegen)

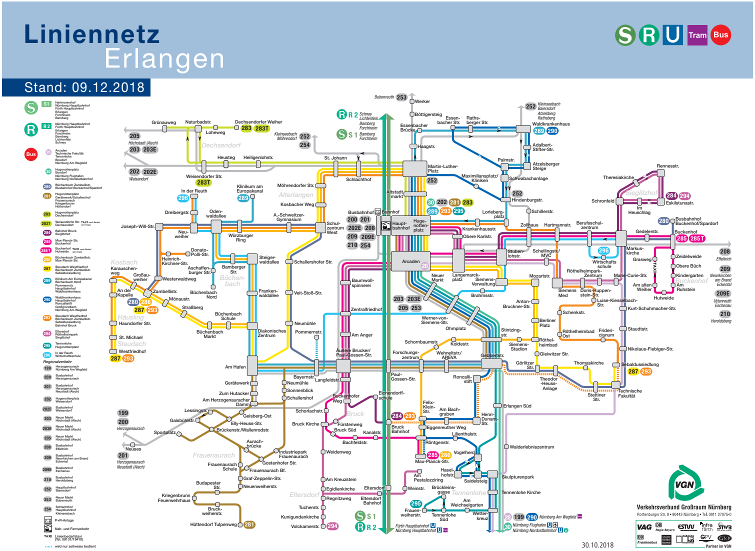
Verbesserungen

- Linienplanung Karlsruhe: 16% weniger Betriebskosten, 4% weniger Umstiege
- Taktfahrplan U-Bahn Berlin: ein Zug weniger
- Umlaufplanung Bus Berlin-Spandau: 20% weniger Busse

§2
Taktfahrpläne

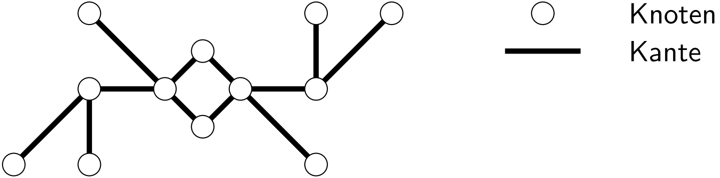
§2.1 Mathematische Modellierung

Ausgangspunkt: Liniennetz



vgn.de

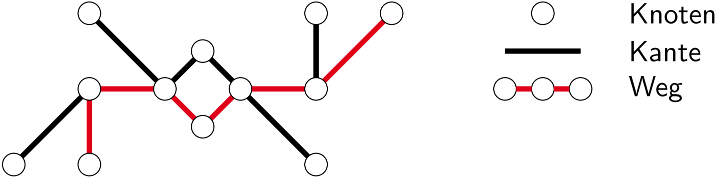
Ungerichtete Graphen



Definitionen

- Ein *ungerichteter Graph* ist ein Paar (V, E), bestehend aus einer Menge von *Knoten* V und einer Menge von *Kanten* E, sodass jedes Element von E eine 2-elementige Teilmenge von V ist.

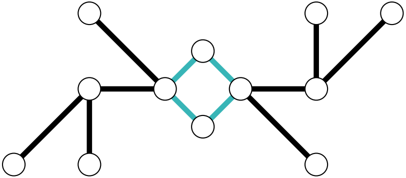
Ungerichtete Graphen

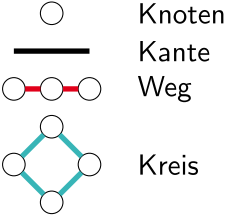


Definitionen

- Ein *ungerichteter Graph* ist ein Paar (V, E), bestehend aus einer Menge von *Knoten* V und einer Menge von *Kanten* E, sodass jedes Element von E eine 2-elementige Teilmenge von V ist.
- Ein *Weg der Länge n* ist eine Folge $(\{v_0, v_1\}, \{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \ldots, \{v_{n-1}, v_n\}) \in E^n$.

Ungerichtete Graphen

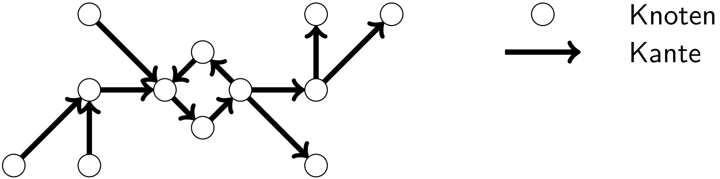




Definitionen

- Ein *ungerichteter Graph* ist ein Paar (V, E), bestehend aus einer Menge von *Knoten* V und einer Menge von *Kanten* E, sodass jedes Element von E eine 2-elementige Teilmenge von V ist.
- Ein *Weg der Länge n* ist eine Folge $(\{v_0, v_1\}, \{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \dots, \{v_{n-1}, v_n\}) \in E^n$.
- Ein *Kreis der Länge n* ist ein Weg $(\{v_0, v_1\}, \{v_1, v_2\}, \dots, \{v_{n-1}, v_n\})$ aus paarweise verschiedenen Kanten mit $v_n = v_0$.

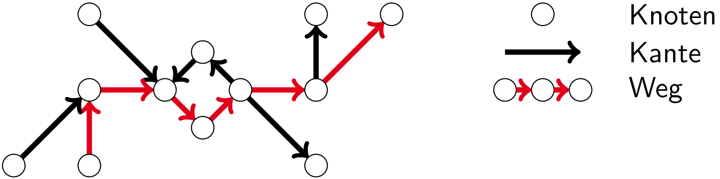
Gerichtete Graphen



Definitionen

- Ein *gerichteter Graph* ist ein Paar (V, E), bestehend aus einer Menge von *Knoten* V und einer Menge von *Kanten* E, sodass jedes Kante in E ein geordnetes Paar von Knoten in V ist.

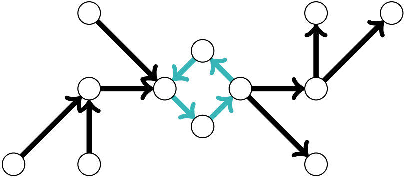
Gerichtete Graphen

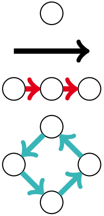


Definitionen

- Ein *gerichteter Graph* ist ein Paar (V, E), bestehend aus einer Menge von *Knoten* V und einer Menge von *Kanten* E, sodass jedes Kante in E ein geordnetes Paar von Knoten in V ist.
- Ein *gerichteter Weg der Länge* n ist eine Folge $((v_0, v_1), (v_1, v_2), (v_2, v_3), \dots, (v_{n-1}, v_n)) \in E^n$.

Gerichtete Graphen

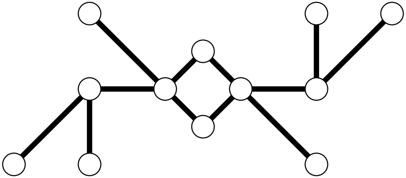




Definitionen

- Ein *gerichteter Graph* ist ein Paar (V, E), bestehend aus einer Menge von *Knoten* V und einer Menge von *Kanten* E, sodass jedes Kante in E ein geordnetes Paar von Knoten in V ist.
- Ein *gerichteter Weg der Länge n* ist eine Folge $((v_0, v_1), (v_1, v_2), (v_2, v_3), \ldots, (v_{n-1}, v_n)) \in E^n$.
- Ein *gerichteter Kreis der Länge n* ist ein gerichteter Weg $((v_0, v_1), \ldots, (v_{n-1}, v_n))$ aus pw. verschiedenen Kanten mit $v_n = v_0$.

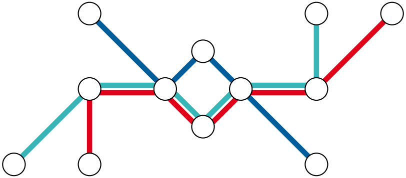
Liniennetze und -pläne



Definitionen

- Ein *Liniennetz* ist ein Paar $(G, \mathcal{L})$, bestehend aus einem Graphen G und einer Menge $\mathcal{L}$ von Wegen in G (*Linien*), sodass jede Kante in G von einer Linie in $\mathcal{L}$ überdeckt wird.

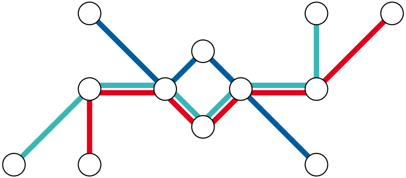
Liniennetze und -pläne



Definitionen

- Ein *Liniennetz* ist ein Paar $(G, \mathcal{L})$, bestehend aus einem Graphen G und einer Menge $\mathcal{L}$ von Wegen in G (*Linien*), sodass jede Kante in G von einer Linie in $\mathcal{L}$ überdeckt wird.

Liniennetze und -pläne

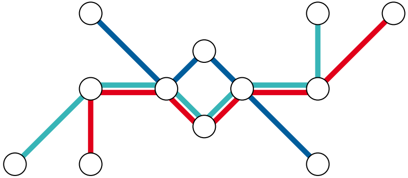


U-Bahn Nürnberg

Definitionen

- Ein *Liniennetz* ist ein Paar $(G, \mathcal{L})$, bestehend aus einem Graphen G und einer Menge $\mathcal{L}$ von Wegen in G (*Linien*), sodass jede Kante in G von einer Linie in $\mathcal{L}$ überdeckt wird.

Liniennetze und -pläne

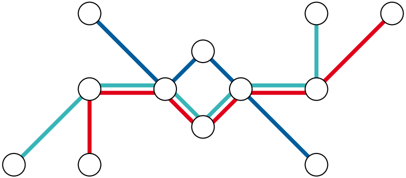


U-Bahn Nürnberg

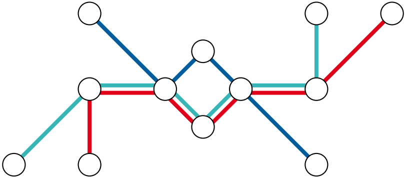
Definitionen

- Ein *Liniennetz* ist ein Paar $(G, \mathcal{L})$, bestehend aus einem Graphen G und einer Menge $\mathcal{L}$ von Wegen in G (*Linien*), sodass jede Kante in G von einer Linie in $\mathcal{L}$ überdeckt wird.
- Ein *Linienplan* ist ein Paar $((G, \mathcal{L}), t)$, bestehend aus einem Liniennetz $(G, \mathcal{L})$ und einer Abbildung $t : \mathcal{L} \to \mathbb{N}$ (*Takt*).

Vom Liniennetz zum Ereignis-Aktivitäts-Netzwerk

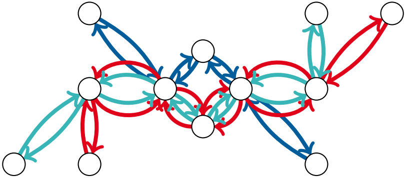


Vom Liniennetz zum Ereignis-Aktivitäts-Netzwerk



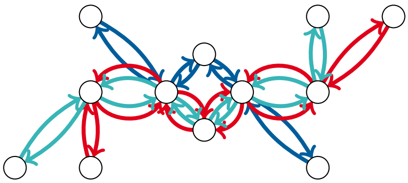
- Alle Linien verkehren in beide Richtungen.

Vom Liniennetz zum Ereignis-Aktivitäts-Netzwerk



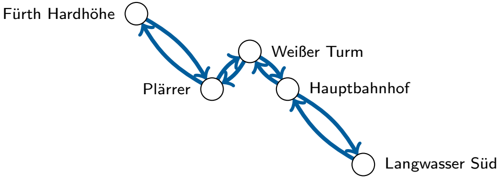
- Alle Linien verkehren in beide Richtungen.

Vom Liniennetz zum Ereignis-Aktivitäts-Netzwerk



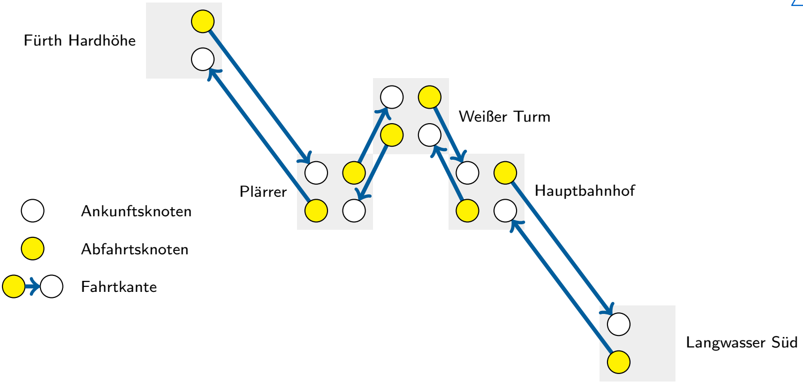
- Alle Linien verkehren in beide Richtungen.
- Für einen Taktfahrplan müssen für jede Linie an jedem ihrer Knoten Abfahrts- und Ankunftszeiten gefunden werden.

Vom Liniennetz zum Ereignis-Aktivitäts-Netzwerk



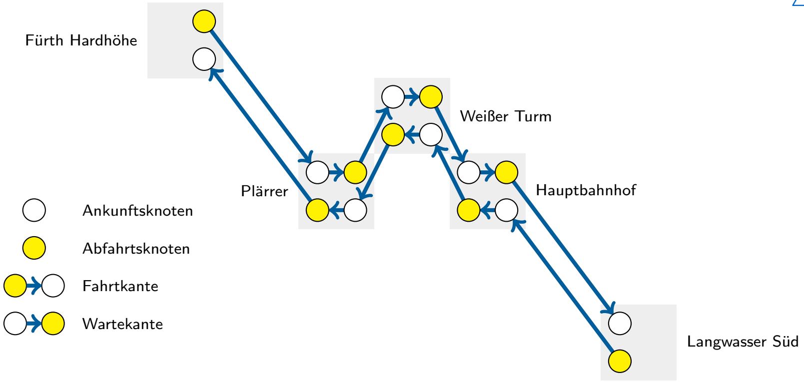
- Alle Linien verkehren in beide Richtungen.
- Für einen Taktfahrplan müssen für jede Linie an jedem ihrer Knoten Abfahrts- und Ankunftszeiten gefunden werden.

Vom Liniennetz zum Ereignis-Aktivitäts-Netzwerk



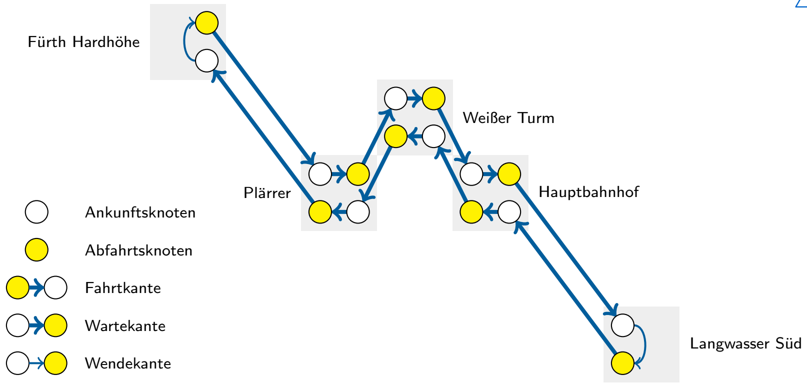
- Alle Linien verkehren in beide Richtungen.
- Für einen Taktfahrplan müssen für jede Linie an jedem ihrer Knoten Abfahrts- und Ankunftszeiten gefunden werden.

Vom Liniennetz zum Ereignis-Aktivitäts-Netzwerk



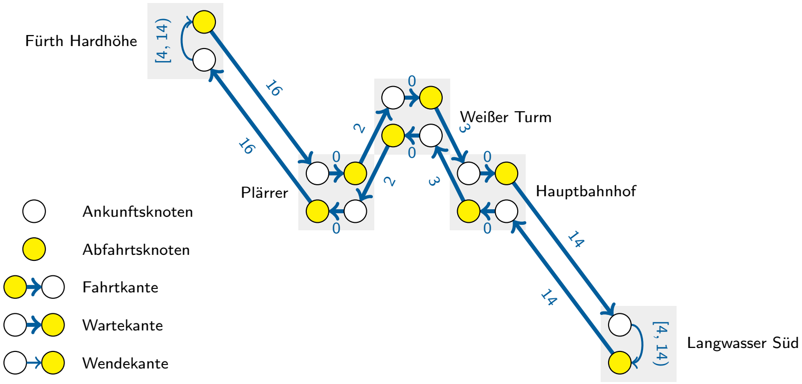
- Alle Linien verkehren in beide Richtungen.
- Für einen Taktfahrplan müssen für jede Linie an jedem ihrer Knoten Abfahrts- und Ankunftszeiten gefunden werden.

Vom Liniennetz zum Ereignis-Aktivitäts-Netzwerk



- Alle Linien verkehren in beide Richtungen.
- Für einen Taktfahrplan müssen für jede Linie an jedem ihrer Knoten Abfahrts- und Ankunftszeiten gefunden werden.

Vom EAN zum Fahrplanproblem



- Längenbeschränkungen an die Kanten: Wendezeit zwischen 4 und 10 Min., Wartezeit 0 Min., feste Länge der Fahrtkanten.

Definition von Taktfahrplänen

Eingabe

Sei Folgendes gegeben:

- ein gerichteter Graph (V, E) (*Ereignis-Aktivitäts-Netzwerk*),
- untere und obere Schranken $\ell, u : E \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ mit $\ell \leq u$,
- eine Periode $T \in \mathbb{N}$.

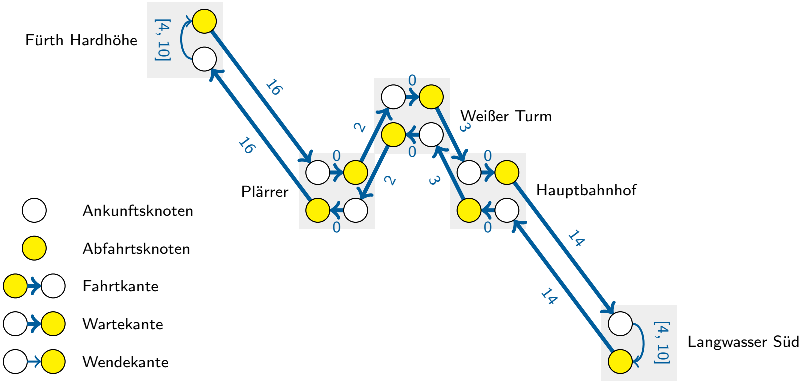
Definition

Ein *Taktfahrplan mit Periode* T ist eine Abbildung $\pi : V \to [0, T)$, sodass für jede Kante $(i, j) \in E$ eine reelle Zahl $x(i, j)$ existiert, die

$$\ell(i,j) \leq x(i,j) \leq u(i,j) \quad \text{und} \quad \pi(j) - \pi(i) \equiv x(i,j) \bmod T$$

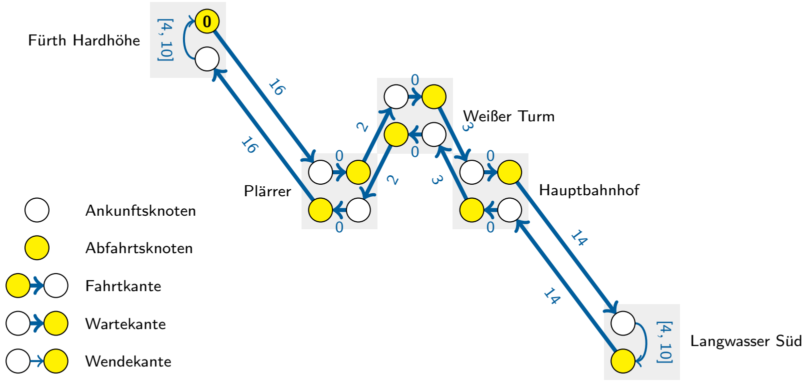
erfüllt. Die Zahl $x(i, j)$ heißt *periodische Spannung* oder schlicht *Dauer* der Kante (i, j).

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



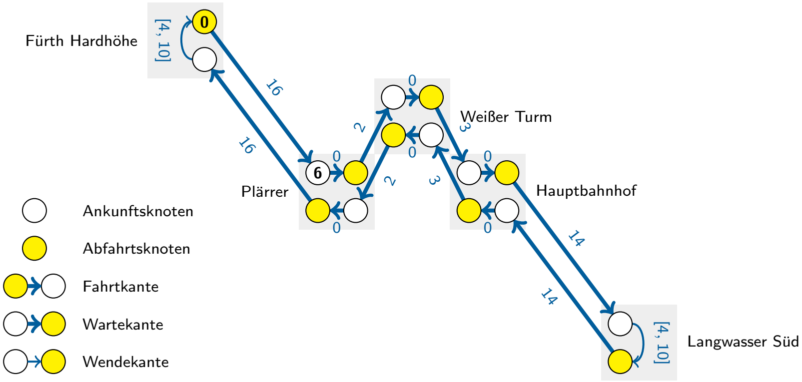
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



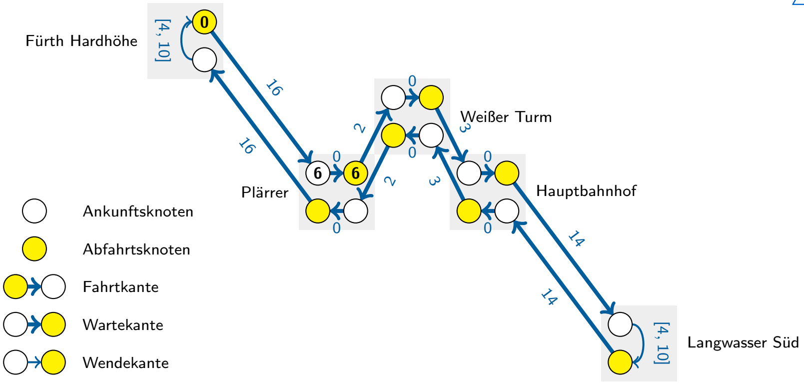
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- Abfahrt in Fürth Hardhöhe Richtung Langwasser Süd zur Minute 0

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



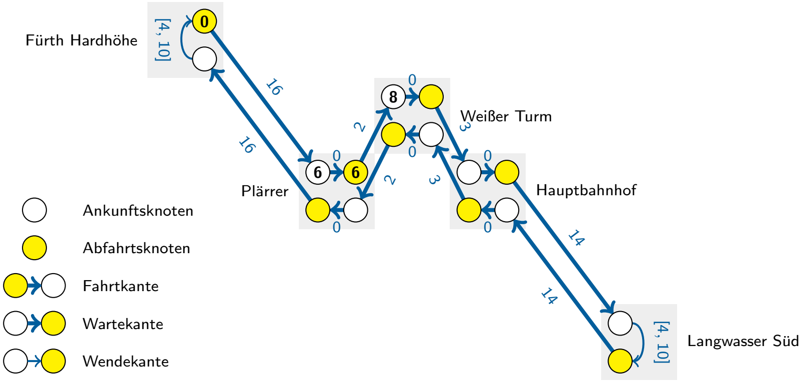
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- Fahrtkante Fürth $\to$ Plärrer: $\Delta\pi = 6 - 0 = 6 \equiv_{10} 16 = x$

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



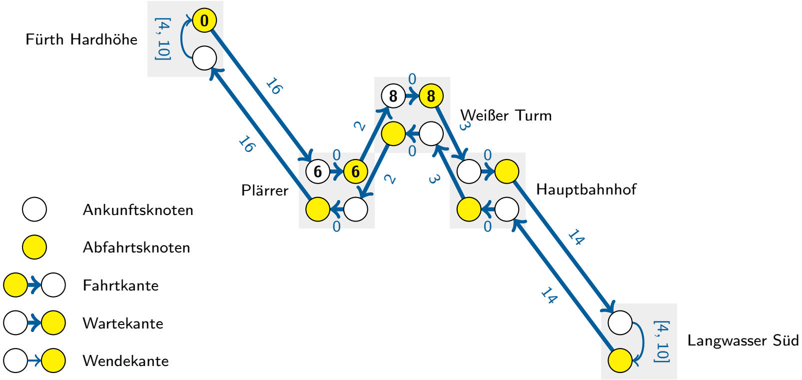
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- Wartekante Plärrer Richtung Langwasser: $\Delta\pi = 6 - 6 = 0 \equiv_{10} 0 = x$

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



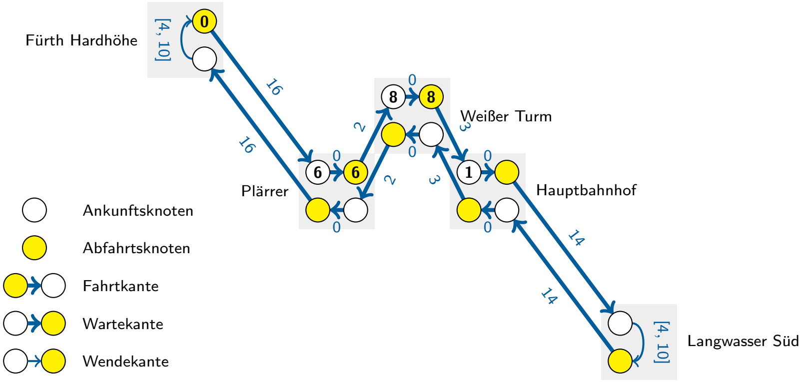
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- immer weiter entlang der fixierten Kanten...

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



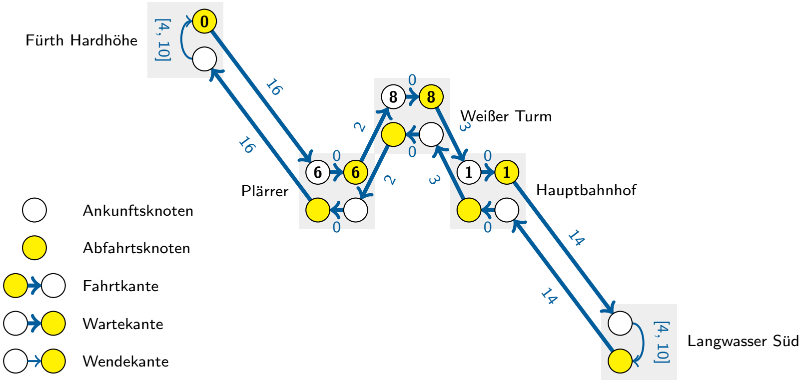
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- immer weiter entlang der fixierten Kanten...

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



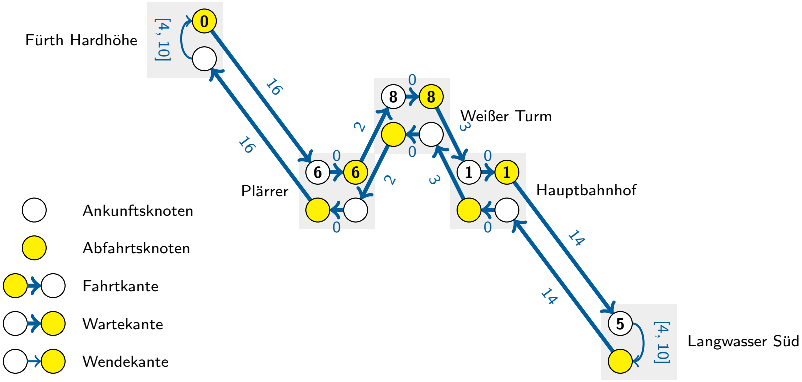
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- immer weiter entlang der fixierten Kanten...

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



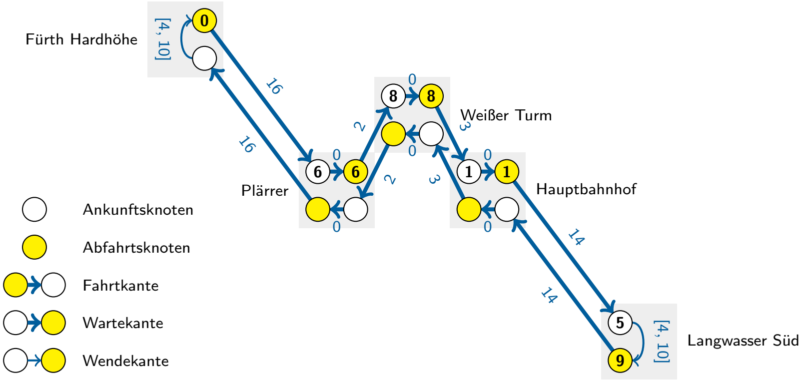
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- immer weiter entlang der fixierten Kanten...

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



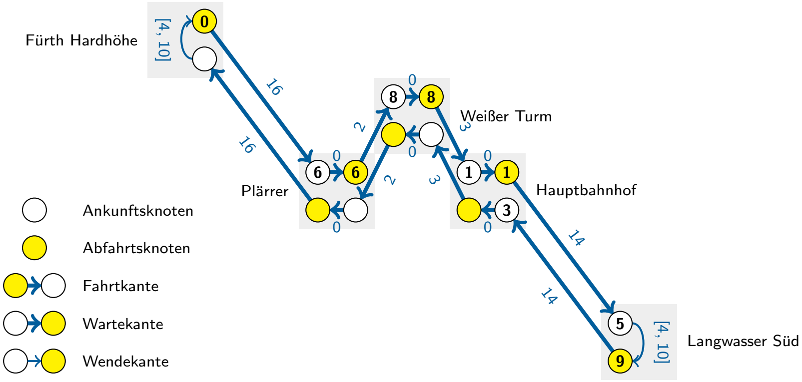
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- immer weiter entlang der fixierten Kanten...

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



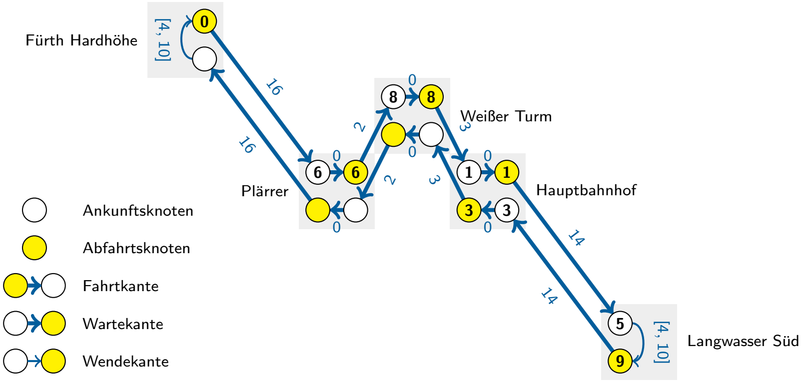
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- Wendekante Langwasser Süd: $\Delta\pi = 9 - 5 = 4 \equiv_{10} 4 = x \in [4, 10]$

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



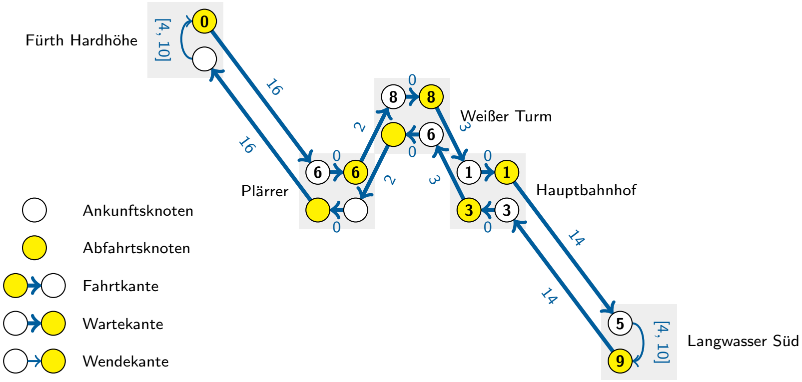
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- immer weiter entlang der fixierten Kanten...

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



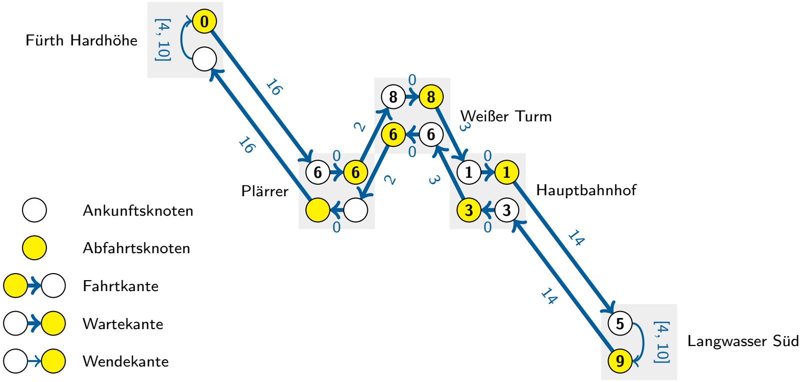
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- immer weiter entlang der fixierten Kanten...

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



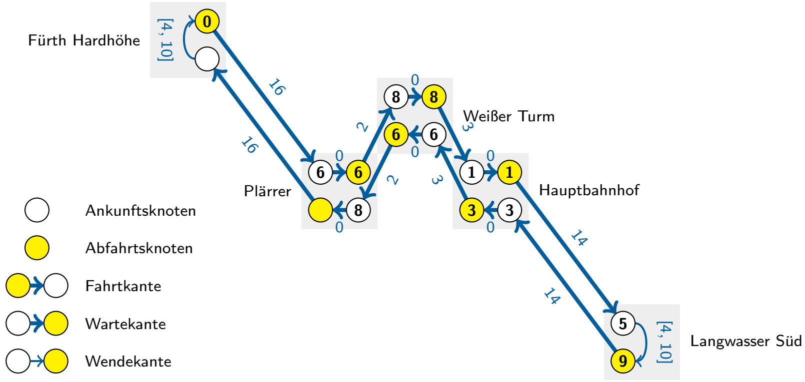
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- immer weiter entlang der fixierten Kanten...

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



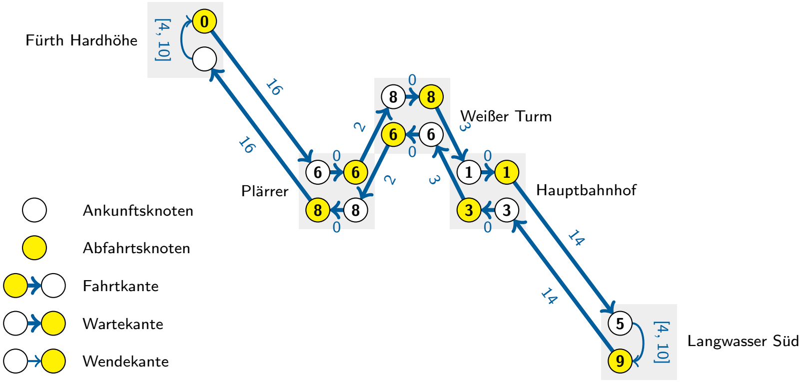
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- immer weiter entlang der fixierten Kanten...

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



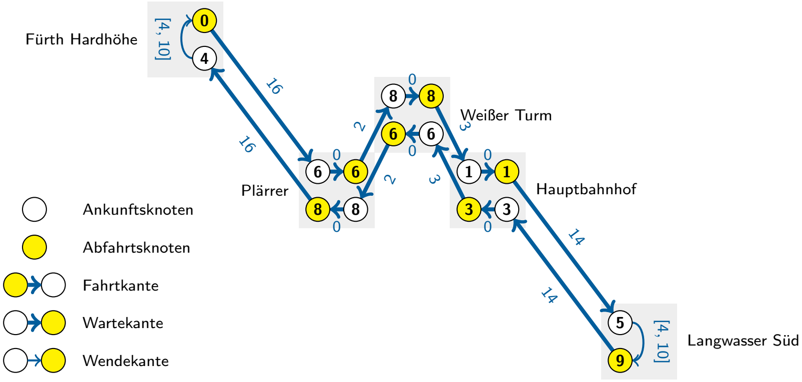
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- immer weiter entlang der fixierten Kanten...

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



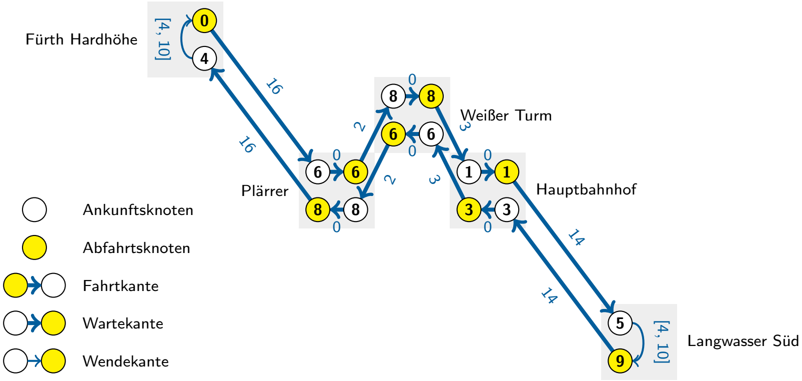
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- immer weiter entlang der fixierten Kanten...

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



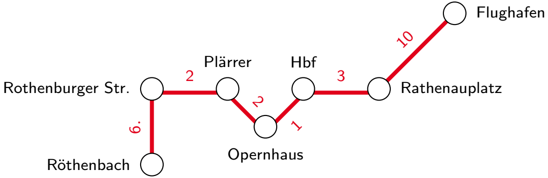
- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- Wendekante Fürth Hardhöhe: $\Delta\pi = 0 - 4 = -4 \equiv_{10} 6 = x \in [4, 10]$

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U1



- Periode: $T = 10$, gesucht ist ein Taktfahrplan $\pi : V \to [0, 10)$
- Dauer des Kreises: $2 \cdot (16 + 2 + 3 + 14) + 4 + 6 = 80 = 8 \cdot 10$

Ein Taktfahrplan für die Nürnberger U2



Aufgabe

Gibt es einen Taktfahrplan für die Linie U2 mit folgenden Bedingungen:

- Periode: 10 Minuten,
- Fahrtkanten: fixierte Dauer wie oben angegeben, für beide Richtungen,
- Wartekanten: fixiert auf 0,
- Wendekanten: mindestens 4, höchstens 10 Minuten?

Wenn ja, wie lange dauert ein Umlauf?

Kreisperiodizitätseigenschaft

Satz

Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph, ℓ, u, T wie zuvor. Ist $\pi : V \to [0, T)$ ein Taktfahrplan für (G, ℓ, u, T) mit periodischer Spannung x, dann gilt für jeden gerichteten Kreis $((v_0, v_1), (v_1, v_2), \dots, (v_{n-1}, v_0))$ in G

$$x(v_0, v_1) + x(v_1, v_2) + \cdots + x(v_{n-1}, v_0) \equiv 0 \bmod T.$$

Kreisperiodizitätseigenschaft

Satz

Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph, ℓ, u, T wie zuvor. Ist $\pi : V \to [0, T)$ ein Taktfahrplan für (G, ℓ, u, T) mit periodischer Spannung x, dann gilt für jeden gerichteten Kreis $((v_0, v_1), (v_1, v_2), \dots, (v_{n-1}, v_0))$ in G

$$x(v_0, v_1) + x(v_1, v_2) + \cdots + x(v_{n-1}, v_0) \equiv 0 \bmod T.$$

Beweis.

Teleskopsumme:

$$\begin{aligned} & x(v_0, v_1) + x(v_1, v_2) + \cdots + x(v_{n-1}, v_0) \\ & \equiv \pi(v_1) - \pi(v_0) + \pi(v_2) - \pi(v_1) + \cdots + \pi(v_0) - \pi(v_{n-1}) \quad \bmod T \\ & = 0. \end{aligned}$$

□

Kreisperiodizitätseigenschaft

Satz

Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph, ℓ, u, T wie zuvor. Ist $\pi : V \to [0, T)$ ein Taktfahrplan für (G, ℓ, u, T) mit periodischer Spannung x, dann gilt für jeden gerichteten Kreis $((v_0, v_1), (v_1, v_2), \dots, (v_{n-1}, v_0))$ in G

$$x(v_0, v_1) + x(v_1, v_2) + \cdots + x(v_{n-1}, v_0) \equiv 0 \bmod T.$$

Beweis.

Teleskopsumme:

$$\begin{aligned} & x(v_0, v_1) + x(v_1, v_2) + \cdots + x(v_{n-1}, v_0) \\ & \equiv \pi(v_1) - \pi(v_0) + \pi(v_2) - \pi(v_1) + \cdots + \pi(v_0) - \pi(v_{n-1}) \quad \bmod T \\ & = 0. \end{aligned}$$

□

Umkehrung

Erfüllt $x : E \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ die Kreisperiodizitätseigenschaft für jeden *orientierten* Kreis und gilt $\ell \leq x \leq u$, dann gibt es einen Taktfahrplan mit x als periodischer Spannung.

Existenz von Taktfahrplänen

- Sind alle Kanten fixiert ($\ell = u$) oder frei ($u - \ell \geq T$), dann existiert immer ein Taktfahrplan.

Existenz von Taktfahrplänen

- Sind alle Kanten fixiert ($\ell = u$) oder frei ($u - \ell \geq T$), dann existiert immer ein Taktfahrplan.
- Im Allgemeinen ist es aber für beliebiges $T \geq 3$ NP-schwer, zu entscheiden, ob es einen zulässigen Taktfahrplan gibt.

Existenz von Taktfahrplänen

- Sind alle Kanten fixiert ($\ell = u$) oder frei ($u - \ell \geq T$), dann existiert immer ein Taktfahrplan.
- Im Allgemeinen ist es aber für beliebiges $T \geq 3$ NP-schwer, zu entscheiden, ob es einen zulässigen Taktfahrplan gibt.
- In der Fachliteratur wird das Problem als *Periodic Event Scheduling Problem* bezeichnet.

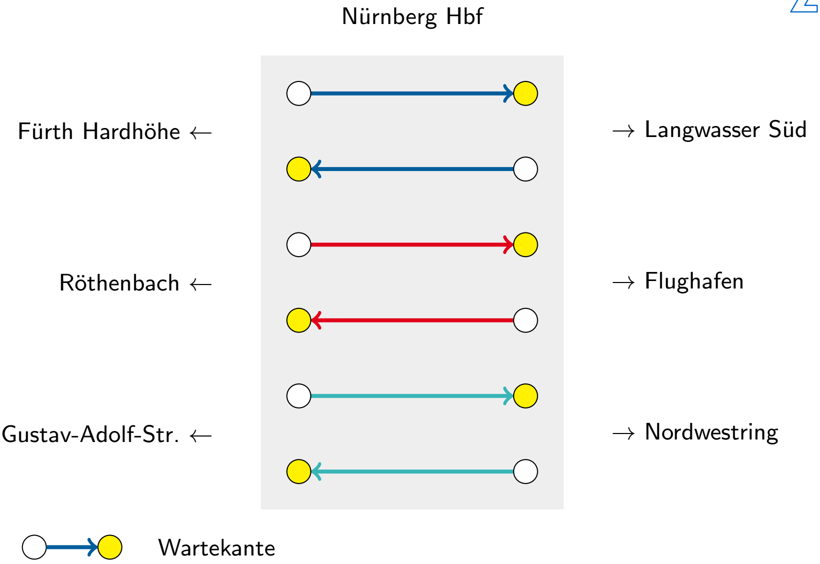
Existenz von Taktfahrplänen

- Sind alle Kanten fixiert ($\ell = u$) oder frei ($u - \ell \geq T$), dann existiert immer ein Taktfahrplan.
- Im Allgemeinen ist es aber für beliebiges $T \geq 3$ NP-schwer, zu entscheiden, ob es einen zulässigen Taktfahrplan gibt.
- In der Fachliteratur wird das Problem als *Periodic Event Scheduling Problem* bezeichnet.
- Sind ℓ und u ganzzahlig und existiert ein Taktfahrplan, so gibt es auch einen ganzzahligen Taktfahrplan.

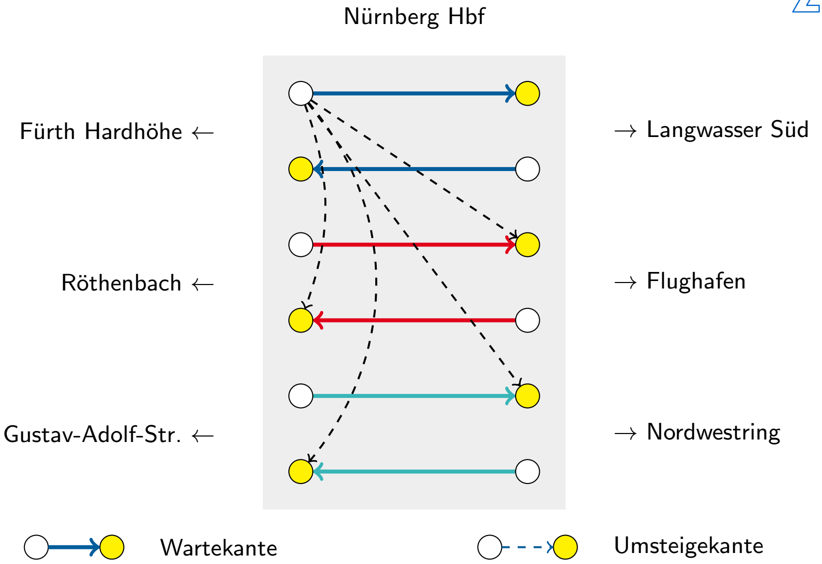
Existenz von Taktfahrplänen

- Sind alle Kanten fixiert ($\ell = u$) oder frei ($u - \ell \geq T$), dann existiert immer ein Taktfahrplan.
- Im Allgemeinen ist es aber für beliebiges $T \geq 3$ NP-schwer, zu entscheiden, ob es einen zulässigen Taktfahrplan gibt.
- In der Fachliteratur wird das Problem als *Periodic Event Scheduling Problem* bezeichnet.
- Sind ℓ und u ganzzahlig und existiert ein Taktfahrplan, so gibt es auch einen ganzzahligen Taktfahrplan.
- Praxis: Im Nahverkehr ist die Existenz selten ein Problem. Im Eisenbahnverkehr führen zahlreiche Puffer und Sicherheitsbedingungen dazu, dass es keinen zulässigen Taktfahrplan gibt. Stattdessen wird die Anzahl der Kanten mit nicht eingehaltenen Schranken minimiert.

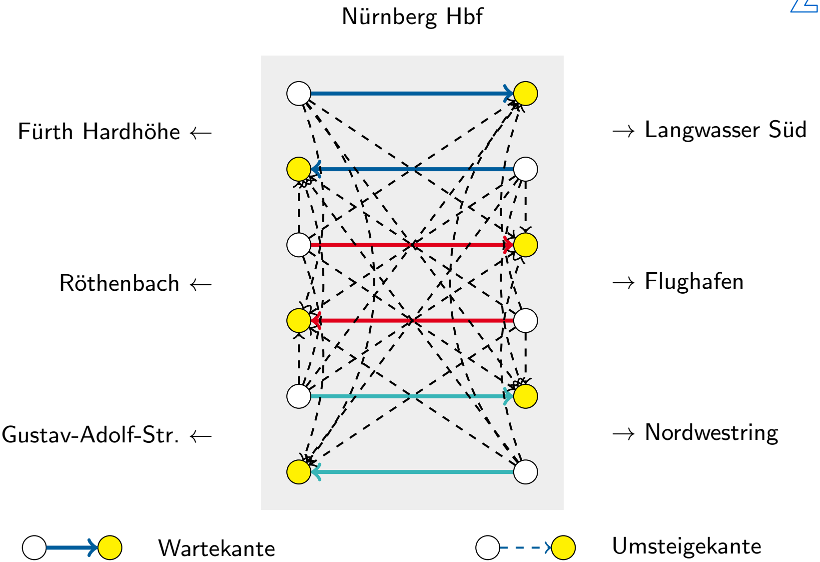
Modellierung von Umstiegen



Modellierung von Umstiegen



Modellierung von Umstiegen



Ergänzungen

Weitere Modelliermöglichkeiten

Mit dem vorgestellten Graph+Schranken-Modell lassen sich u. a. folgende Aspekte modellieren:

Ergänzungen

Weitere Modelliermöglichkeiten

Mit dem vorgestellten Graph+Schranken-Modell lassen sich u. a. folgende Aspekte modellieren:

- Mindestabstände zwischen zwei Fahrten, z. B. wegen Durchlasskapazität

Ergänzungen

Weitere Modelliermöglichkeiten

Mit dem vorgestellten Graph+Schranken-Modell lassen sich u. a. folgende Aspekte modellieren:

- Mindestabstände zwischen zwei Fahrten, z. B. wegen Durchlasskapazität
- gleichmäßige Taktung, z. B. Überlagerung von zwei 10-Minuten-Takt-Linien zu einem 5-Minuten-Takt

Ergänzungen

Weitere Modelliermöglichkeiten

Mit dem vorgestellten Graph+Schranken-Modell lassen sich u. a. folgende Aspekte modellieren:

- Mindestabstände zwischen zwei Fahrten, z. B. wegen Durchlasskapazität
- gleichmäßige Taktung, z. B. Überlagerung von zwei 10-Minuten-Takt-Linien zu einem 5-Minuten-Takt
- Sicherung eingleisiger Gleisabschnitte

Ergänzungen

Weitere Modelliermöglichkeiten

Mit dem vorgestellten Graph+Schranken-Modell lassen sich u. a. folgende Aspekte modellieren:

- Mindestabstände zwischen zwei Fahrten, z. B. wegen Durchlasskapazität
- gleichmäßige Taktung, z. B. Überlagerung von zwei 10-Minuten-Takt-Linien zu einem 5-Minuten-Takt
- Sicherung eingleisiger Gleisabschnitte

Grenzen des Modells

- symmetrische Fahrpläne, d. h., ein Umstieg von Linie A zu Linie B dauert in der Hinrichtung genauso lange wie in der Rückrichtung

Zusammenfassung

Aus einem Linienplan (Liniennetz mit Taktangaben) wird ein Ereignis-Aktivitäts-Netzwerk konstruiert, das folgende Typen von Kanten enthält:

- Fahrtkanten
- Wartekanten
- Wendekanten
- Umsteigekanten
- Abstandskanten

Ein zulässiger Taktfahrplan ordnet jedem Knoten in diesem Netzwerk eine Zeit modulo einer Periode zu, sodass gewisse Längenbeschränkungen an die Kanten erfüllt sind.

§2
Taktfahrpläne

---

§2.2 Optimale Taktfahrpläne

Fahrpläne und Fahrgastrouten

Frage

Was ist ein guter Fahrplan?

Fahrpläne und Fahrgastrouten

Frage

Was ist ein guter Fahrplan?

Mögliche Antwort

Die Gesamtreisezeit aller Fahrgäste soll minimiert werden.

Fahrpläne und Fahrgastrouten

Frage

Was ist ein guter Fahrplan?

Mögliche Antwort

Die Gesamtreisezeit aller Fahrgäste soll minimiert werden.

Problem 1

Die Verteilung der Fahrgäste auf die Kanten im Ereignis-Aktivitäts-Netzwerk muss bekannt sein.

Fahrpläne und Fahrgastrouten

Frage

Was ist ein guter Fahrplan?

Mögliche Antwort

Die Gesamtreisezeit aller Fahrgäste soll minimiert werden.

Problem 1

Die Verteilung der Fahrgäste auf die Kanten im Ereignis-Aktivitäts-Netzwerk muss bekannt sein.

Problem 2

Die Routenwahl der Fahrgäste hängt vom Fahrplan ab – ein optimaler Fahrplan aber auch von den Routen.
$\rightsquigarrow$ integrierte Fahrplan- und Passagierroutenoptimierung.

Optimale Taktfahrpläne

Eingabe

- ein Ereignis-Aktivitäts-Netzwerk $G = (V, E)$
- untere und obere Schranken $\ell, u : E \to \mathbb{R}_{\geq 0}$
- Gewichte $w : E \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ ($\sim$ Anzahl der Fahrgäste pro Kante)
- eine Periode $T \in \mathbb{N}$

Optimale Taktfahrpläne

Eingabe

- ein Ereignis-Aktivitäts-Netzwerk $G = (V, E)$
- untere und obere Schranken $\ell, u : E \to \mathbb{R}_{\geq 0}$
- Gewichte $w : E \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ ($\sim$ Anzahl der Fahrgäste pro Kante)
- eine Periode $T \in \mathbb{N}$

Aufgabe

Finde einen zulässigen Taktfahrplan für (G, T, ℓ, u) mit periodischer Spannung $x : E \to \mathbb{R}_{\geq 0}$, sodass

$$\sum_{(i,j) \in E} w(i,j) x(i,j)$$

minimal ist.

Diskrete Optimierung

Gemischt-ganzzahliges Programm

Minimiere $\sum_{(i,j) \in E} w(i,j)x(i,j)$

so dass

$$\begin{aligned}
\pi(j) - \pi(i) + p(i,j) \cdot T &= x(i,j) && \text{für alle } (i,j) \in E,\\
\pi(i) &\in [0, T) && \text{für alle } i \in V,\\
x(i,j) &\in [\ell(i,j), u(i,j)] && \text{für alle } (i,j) \in E,\\
p(i,j) &\in \mathbb{Z} && \text{für alle } (i,j) \in E.
\end{aligned}$$

Diskrete Optimierung

Gemischt-ganzzahliges Programm

$$\begin{aligned}
\text{Minimiere} \quad & \sum_{(i,j)\in E} w(i,j)x(i,j) & \\
\text{so dass} \quad & \pi(j) - \pi(i) + p(i,j) \cdot T = x(i,j) & \text{für alle } (i,j) \in E, \\
& \pi(i) \in [0, T) & \text{für alle } i \in V, \\
& x(i,j) \in [\ell(i,j), u(i,j)] & \text{für alle } (i,j) \in E, \\
& p(i,j) \in \mathbb{Z} & \text{für alle } (i,j) \in E.
\end{aligned}$$

Geometrie

Hat das Netzwerk n Knoten und m Kanten, sind also bestimmte Punkte $(\pi, x, p) \in \mathbb{R}^{n+2m}$ gesucht. Die konvexe Hülle dieser Punkte ist entweder leer (kein zulässiger Taktfahrplan) oder ein Polyeder. Optimale Lösungen werden stets in mindestens einer Ecke des Polyeders angenommen.

Diskrete Optimierung

Algorithmische Herausforderung

Die Ecken dieses Polyeders zu finden ist NP-schwer.

Diskrete Optimierung

Algorithmische Herausforderung

Die Ecken dieses Polyeders zu finden ist NP-schwer.

Schnittebenenverfahren

Die Ganzzahligkeitsbedingung $p(i, j) \in \mathbb{Z}$ wird aufgegeben. Dann entsteht ein *lineares Programm*, das effizient zu lösen ist. Anschaulich wird eine Ecke eines etwas größeren Polyeders berechnet. Wenn diese Lösung nicht zulässig für das ganzzahlige Problem ist, gibt es eine Hyperebene (*Schnittebene*), die die Ecke vom eigentlichen Polyeder trennt. Füge eine solche Hyperebene zum linearen Programm und löse nochmal.

Diskrete Optimierung

Algorithmische Herausforderung

Die Ecken dieses Polyeders zu finden ist NP-schwer.

Schnittebenenverfahren

Die Ganzzahligkeitsbedingung $p(i,j) \in \mathbb{Z}$ wird aufgegeben. Dann entsteht ein *lineares Programm*, das effizient zu lösen ist. Anschaulich wird eine Ecke eines etwas größeren Polyeders berechnet. Wenn diese Lösung nicht zulässig für das ganzzahlige Problem ist, gibt es eine Hyperebene (*Schnittebene*), die die Ecke vom eigentlichen Polyeder trennt. Füge eine solche Hyperebene zum linearen Programm und löse nochmal.

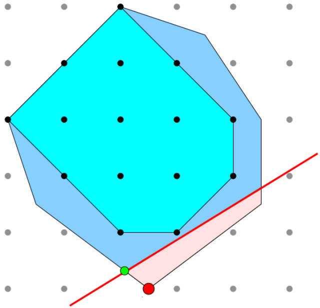
Schnittebenen für Taktfahrpläne

Geeignete Schnittebenen leiten sich wieder von Kreisen ab, z. B.

$$\sum_{(i,j)\in E(C)} x_{i,j} \leq T \cdot \left\lfloor \frac{1}{T} \sum_{(i,j)\in E(C)} u_{i,j} \right\rfloor$$

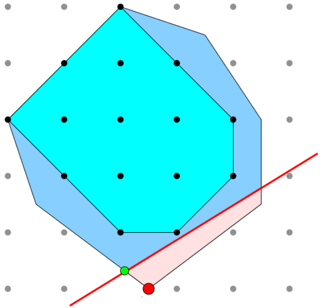
für einen gerichteten Kreis C mit Kantenmenge $E(C)$.

Diskrete Optimierung



Achterberg: Constraint Integer Programming, 2007

Diskrete Optimierung



Achterberg: Constraint Integer Programming, 2007

Weitere Methoden

Die aktuell besten Algorithmen für Fahrplanoptimierung beruhen auf einer Kombination von *branch-and-cut*, einer Weiterentwicklung des Schnittebenenverfahrens, und lokalen Heuristiken aus der Netzwerkflusstheorie.

§2

Taktfahrpläne

§2.3 Berliner U-Bahn 2005

Berliner U-Bahn 2005

Pionierarbeit

Der Jahresfahrplan 2005 der Berliner U-Bahn war der erste mathematisch optimierte Fahrplan weltweit, der in Betrieb ging.

Berliner U-Bahn 2005

Pionierarbeit

Der Jahresfahrplan 2005 der Berliner U-Bahn war der erste mathematisch optimierte Fahrplan weltweit, der in Betrieb ging.

Gründe für einen neuen Fahrplan

- Eröffnung der U2-Verlängerung nach Pankow (2000)
- Änderung des S-Bahn-Fahrplans (2002)
- Einführung des Nachtverkehrs am Wochenende (2003)

Berliner U-Bahn 2005

Pionierarbeit

Der Jahresfahrplan 2005 der Berliner U-Bahn war der erste mathematisch optimierte Fahrplan weltweit, der in Betrieb ging.

Gründe für einen neuen Fahrplan

- Eröffnung der U2-Verlängerung nach Pankow (2000)
- Änderung des S-Bahn-Fahrplans (2002)
- Einführung des Nachtverkehrs am Wochenende (2003)

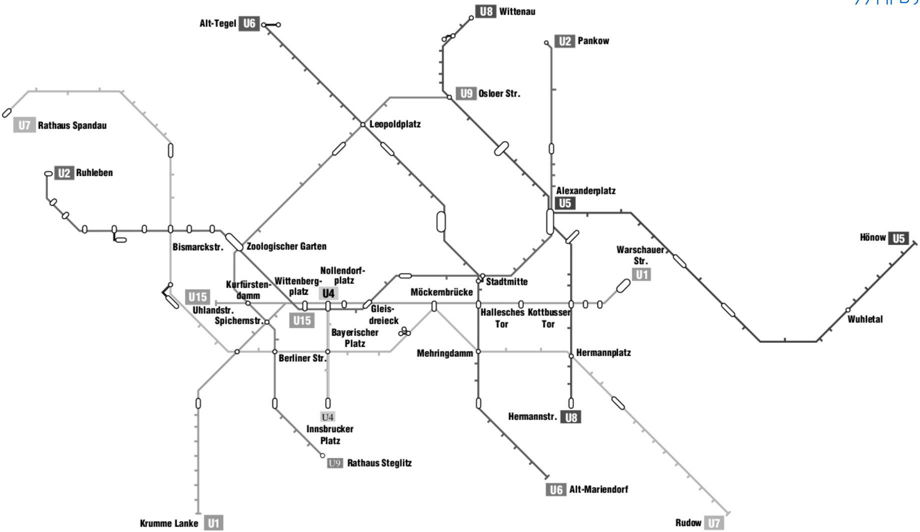
Eckdaten zum Liniennetz

- 9 Linien
- 170 Bahnhöfe
- 19 Umsteigebahnhöfe
- 144 km Netzlänge

S+U-Bahnhof Wuhletal

Foto: Standardizer, commons.wikimedia.org

Liniennetz



Liebchen: The first optimized railway timetable in practice, 2008

Anforderungen

- Periode: 10-Minuten-Takt auf allen Linien (Schwachverkehrszeit)

Anforderungen

- Periode: 10-Minuten-Takt auf allen Linien (Schwachverkehrszeit)
- Auflösung: halbe Minuten

Anforderungen

- Periode: 10-Minuten-Takt auf allen Linien (Schwachverkehrszeit)
- Auflösung: halbe Minuten
- Fahrtkanten: fixiert, Wartekanten: $[0.5, 1.5]$ oder $[0.5, 2.5]$

Anforderungen

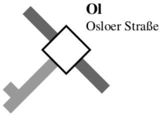
- Periode: 10-Minuten-Takt auf allen Linien (Schwachverkehrszeit)
- Auflösung: halbe Minuten
- Fahrtkanten: fixiert, Wartekanten: $[0.5, 1.5]$ oder $[0.5, 2.5]$
- Umsteigekanten: am gleichen Bahnsteig $[0.5, 1.5]$, sonst situationsabhängig, z. B. $u - \ell = 5$ bei Umstiegen von hoher Priorität

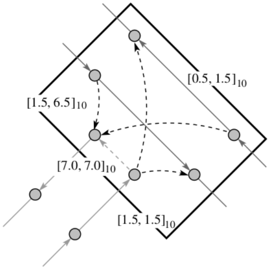
Anforderungen

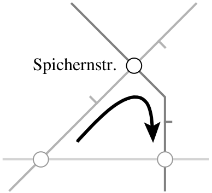
- Periode: 10-Minuten-Takt auf allen Linien (Schwachverkehrszeit)
- Auflösung: halbe Minuten
- Fahrtkanten: fixiert, Wartekanten: $[0.5, 1.5]$ oder $[0.5, 2.5]$
- Umsteigekanten: am gleichen Bahnsteig $[0.5, 1.5]$, sonst situationsabhängig, z. B. $u - \ell = 5$ bei Umstiegen von hoher Priorität
- Gewichte: 5 Prioritäten für Umsteigekanten, z. B. 48 Umsteigekanten mit höchster Priorität

Anforderungen

- Periode: 10-Minuten-Takt auf allen Linien (Schwachverkehrszeit)
- Auflösung: halbe Minuten
- Fahrtkanten: fixiert, Wartekanten: $[0.5, 1.5]$ oder $[0.5, 2.5]$
- Umsteigekanten: am gleichen Bahnsteig $[0.5, 1.5]$, sonst situationsabhängig, z. B. $u - \ell = 5$ bei Umstiegen von hoher Priorität
- Gewichte: 5 Prioritäten für Umsteigekanten, z. B. 48 Umsteigekanten mit höchster Priorität







Ergebnisse

- Vorverarbeitung: Graph kann auf 38 Knoten mit 221 Kanten kontrahiert werden

Ergebnisse

- Vorverarbeitung: Graph kann auf 38 Knoten mit 221 Kanten kontrahiert werden
- Zulässigkeit: ja

Ergebnisse

- Vorverarbeitung: Graph kann auf 38 Knoten mit 221 Kanten kontrahiert werden
- Zulässigkeit: ja
- Rechenzeit: 0.5 Sekunden für eine Optimalitätslücke von $< 5\%$ (Branch-and-Cut mit minimaler ganzzahliger Kreisbasis)

Ergebnisse

- Vorverarbeitung: Graph kann auf 38 Knoten mit 221 Kanten kontrahiert werden
- Zulässigkeit: ja
- Rechenzeit: 0.5 Sekunden für eine Optimalitätslücke von $< 5\%$ (Branch-and-Cut mit minimaler ganzzahliger Kreisbasis)
- Fahrzeuge: Ein Fahrzeug konnte eingespart werden – nur eine Linie wird wegen eines bahnsteiggleichen Umstieges mit höchster Priorität nicht mit der theoretischen Mindestanzahl an Fahrzeugen betrieben.

Ergebnisse

- Vorverarbeitung: Graph kann auf 38 Knoten mit 221 Kanten kontrahiert werden
- Zulässigkeit: ja
- Rechenzeit: 0.5 Sekunden für eine Optimalitätslücke von $< 5\%$ (Branch-and-Cut mit minimaler ganzzahliger Kreisbasis)
- Fahrzeuge: Ein Fahrzeug konnte eingespart werden – nur eine Linie wird wegen eines bahnsteiggleichen Umstieges mit höchster Priorität nicht mit der theoretischen Mindestanzahl an Fahrzeugen betrieben.
- Wartekanten: Reduktion der maximalen Wartezeit von 3.5 auf 2.5 Minuten

Ergebnisse

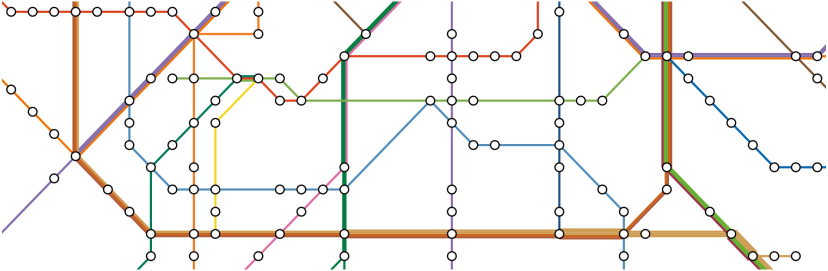
- Vorverarbeitung: Graph kann auf 38 Knoten mit 221 Kanten kontrahiert werden
- Zulässigkeit: ja
- Rechenzeit: 0.5 Sekunden für eine Optimalitätslücke von $< 5\%$ (Branch-and-Cut mit minimaler ganzzahliger Kreisbasis)
- Fahrzeuge: Ein Fahrzeug konnte eingespart werden – nur eine Linie wird wegen eines bahnsteiggleichen Umstieges mit höchster Priorität nicht mit der theoretischen Mindestanzahl an Fahrzeugen betrieben.
- Wartekanten: Reduktion der maximalen Wartezeit von 3.5 auf 2.5 Minuten
- Umstiege: alle Umstiege mit Priorität 1 mit effektiver Wartezeit ≤ 5 Minuten (vorher nur 43 von 48), bessere Umsteigezeiten für 25 % der Umstiege mit Priorität 2-4

Ergebnisse

- Vorverarbeitung: Graph kann auf 38 Knoten mit 221 Kanten kontrahiert werden
- Zulässigkeit: ja
- Rechenzeit: 0.5 Sekunden für eine Optimalitätslücke von $< 5\%$ (Branch-and-Cut mit minimaler ganzzahliger Kreisbasis)
- Fahrzeuge: Ein Fahrzeug konnte eingespart werden – nur eine Linie wird wegen eines bahnsteiggleichen Umstieges mit höchster Priorität nicht mit der theoretischen Mindestanzahl an Fahrzeugen betrieben.
- Wartekanten: Reduktion der maximalen Wartezeit von 3.5 auf 2.5 Minuten
- Umstiege: alle Umstiege mit Priorität 1 mit effektiver Wartezeit ≤ 5 Minuten (vorher nur 43 von 48), bessere Umsteigezeiten für 25 % der Umstiege mit Priorität 2-4
- Der Fahrplan wurde (bis auf eine Richtung einer einzigen Linie) von der BVG übernommen und wird in Grundzügen bis heute gefahren.

Umsteigen ohne Warten

Niels Lindner
Zuse-Institut Berlin



Tag der Mathematik
Erlangen, 16.03.2019