FU Berlin: SoSe 15 (Mathematik I, Weber)

Erste Teilklausur 17.7.2015 10:15 bis 11:45

Allgemeine Hinweise zur Klausur:

1. Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.

2. Bitte trennen Sie die Lösungsblätter von den "Schmierzetteln" und geben Sie nur die *jeweils(!)* unterschriebenen Lösungsblätter ab, die in die Bewertung eingehen sollen. Versehen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen UND Ihrer Matrikelnummer.

3. Die Klausur besteht aus vier Aufgaben. Überprüfen Sie bitte sofort, ob alle Aufgabentexte vorhanden sind.

4. Die maximal erreichbare Gesamtpunktzahl beträgt 100 Punkte. Die jeweils mit einer Aufgabe maximal erreichbare Punktzahl ist auf dieser Seite unten angegeben.

5. Bitte verwenden Sie KEINE Abkürzungen!

6. Nicht eindeutig erkennbare Antworten werden als nicht vorhanden gewertet.

7. Die Verwendung von Hilfsmitteln ist nicht zulässig. Dies gilt insbesondere für Taschenrechner und eigenes Schreibpapier (Sie erhalten von uns Papier).

8. Der Termin zur Einsicht in die Beurteilung der Klausuren wird noch bekannt gegeben. Einsprüche gegen die Bewertung der Klausuren werden nur zu diesem Termin entgegengenommen. Die korrigierten Klausuren werden von der FU einbehalten und nicht zurückgegeben.

Bewertung (vom Dozenten auszufüllen):

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**Summe**
Maximal erreichbare Punkte	**20**	**20**	**30**	**30**	**100**
Erreichte Punktzahl					

Resultierende Benotung der Klausur: ______________________________

Bekanntgabe der Noten:

Es kann, wenn Sie es wünschen, die Benotung Ihrer Klausur (voraussichtlich ab Anfang August) im Internet ungesichert veröffentlicht werden.

Entweder

- ☐ Ich wünsche eine ungesicherte Veröffentlichung meiner Note im Internet
  - ☐ unter meiner Matrikelnummer
  - ☐ unter folgendem Kürzel: ______________________

oder sonst gilt der „Normalfall“

- ☐ Ich wünsche keine ungesicherte Veröffentlichung meiner Note im Internet. Die Bewertung der Klausur kann bei der Nachbesprechung erfahren werden.

Name:	
Matrikelnummer:	**Unterschrift:**

Aufgabe 1: (Partielle Integration/Wiederholung, 20 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Stammfunktionen mit Hilfe der partiellen Integration!

a) $\int \sin(x) \cdot \cos(x)\, dx$

b) $\int e^x \cdot (2 - x^2)\, dx$

c) $\int e^x \cdot \sin(3x)\, dx$ (Tipp: partielle Integration zwei Mal anwenden)

Aufgabe 2: (Relative Konditionszahl, 20 Punkte)

Sie haben in drei Experimenten folgende Messwerte ermittelt, die jeweils einen versuchsbedingten relativen Messfehler von 2% aufweisen. Also:

Messung 1	Messung 2	Messung 3
1,0 · (1 ± 0,02)	9,0 · (1 ± 0,02)	19,0 · (1 ± 0,02)

Um die eigentlich beabsichtigte physikalische Größe zu berechnen, müssen Sie jeweils zu den Messwerten das Quadrat addieren, also $f(x) = x^2 + x$.

a) Schreiben Sie die Formel für die Fehlerverstärkung (relative Konditionszahl) bezüglich dieser Funktion auf.

b) Schreiben Sie die Ergebnisse f(x) Ihrer Rechnung und die jeweils damit verbundenen (verstärkten) relativen Fehler ε in der Form "f(x) · (1 ± ε)" auf.

c) Welches Rechenergebnis wird den größten absoluten Fehler aufweisen?

Aufgabe 3: (Gruppe, 30 Punkte)

°	[0]	[1]	[2]	[3]
[0]	[0]	[1]	[2]	[3]
[1]	[1]	[0]	[3]	[2]
[2]	[2]	[3]	[0]	[1]
[3]	[3]	[2]	[1]	[0]

Gegeben sei eine Gruppe mit vier Elementen und der obigen Verknüpfungstafel.

a) Ist die obige Gruppe eine abelsche Gruppe? Begründen Sie Ihre Ansicht.

b) Was ist das neutrale Element der Verknüpfung? Begründen Sie Ihre Ansicht.

c) Bilden Sie das inverse Element zu [3]. Begründen Sie Ihre Ansicht.

d) Lösen Sie die Gleichung **[3] = [2] ˚ x** durch Äquivalenzumformungen nach x auf. Beschreiben Sie dabei Ihr Vorgehen detailliert Schritt für Schritt.

e) Schreiben Sie eine Verknüpfungstafel für eine abelsche Gruppe mit drei Elementen [0], [1], [2] auf, wobei [0] das neutrale Element sein soll.

Aufgabe 4: (Komplexe Zahlen, 30 Punkte)

In der Vorlesung haben wir gezeigt, dass ein (positiv orientiertes) Dreieck mit den Ecken $a, b, c \in \mathbb{C}$ genau dann gleichseitig ist, wenn gilt

$$a + b \cdot \omega + c \cdot \omega^2 = 0,$$

wobei $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i$.

a) Gegeben seien die Ecken $a = 0$ und $b = 1$. Wie muss c gewählt werden, so dass sich ein (positiv orientiertes) gleichseitiges Dreieck ergibt? Geben Sie die Lösung in kartesischer Darstellung an!

b) Wie lauten die Ecken des Dreiecks, wenn das Dreieck aus Teil a) um 90° um den Ursprung gedreht wird?

c) Wie lauten die Ecken des Dreiecks, wenn das Dreieck aus Teil a) an der x-Achse gespiegelt wird?

d) Gilt für die Ecken a', b', c' des gespiegelten Dreiecks aus Teil c) auch die Gleichung $a' + b' \cdot \omega + c' \cdot \omega^2 = 0$?

Viel Erfolg!