

Übungszettel Nr. 5, Abgabe: 24.11.2010 um 12 Uhr

---

**Lernziel: Matrixmultiplikation, Skalarprodukt und Vektorprodukt in  $\mathbb{R}^3$ .**

---

**Aufgabe 1:** Berechnen Sie folgende Matrixprodukte (die dritte Aufgabe enthält eine Schwierigkeit):

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (3 \ 3 \ 2)$$

(4 Punkte)

**Aufgabe 2:** Gegeben seien reelle Zahlen  $x, y$  und  $z$  mit  $x+y+z=0$ . Zeigen Sie, dass der Winkel zwischen den Vektoren  $a = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  und  $b = \begin{pmatrix} z \\ x \\ y \end{pmatrix}$  in diesem Fall  $120^\circ$  beträgt.

(6 Punkte)

**Aufgabe 3:** Sind folgende Aussagen wahr oder falsch? Geben Sie eine Begründung an, wenn eine Aussage wahr ist, oder ein Gegenbeispiel, wenn sie falsch ist.

( $u, v, w \in \mathbb{R}^3, c \in \mathbb{R}$ )

- Steht der dreidimensionale Vektor  $u$  senkrecht auf  $v$  und  $w$ , so sind  $v$  und  $w$  parallel.
- Steht  $u$  senkrecht auf  $v$  und  $w$ , dann auch auf  $v+2w$ .
- Für gegebene Vektoren  $u$  und  $v$  gibt es eine reelle Zahl  $c$ , so dass  $v+cu$  senkrecht auf  $u$  steht. (6 Punkte)

**Aufgabe 4:** Die Matrixmultiplikation ist nicht kommutativ, d.h. im Allgemeinen gilt für  $A \in \mathbb{R}^{(m \times n)}$  und  $B \in \mathbb{R}^{(n \times m)}$ , dass  $AB \neq BA$ . Die Spur  $sp(A)$  einer Matrix  $A$  ist definiert als Summe ihrer Diagonalelemente. Zeigen Sie, dass für die Spur einer Matrix „die Kommutativität“ gilt:  $sp(AB) = sp(BA)$ . (4 Punkte)