

## Grenzwerte gegen eine Zahl

Bisher haben wir gelernt, wie man Grenzwerte von Zahlenfolgen  $a_n$  berechnet, wenn man den Index  $n$  gegen unendlich streben lässt. Man kann aber auch berechnen, wie der Grenzwert eines mathematischen Ausdrucks aussieht, wenn man "gegen eine bestimmte Zahl" strebt. Nehmen wir an, wir wollen untersuchen, wie der Grenzwert von  $f(x)$  aussieht, wenn  $x$  gegen  $a$  strebt. Dazu muss man zunächst eine Folge konstruieren, deren Grenzwert  $a$  ist, also eine Folge  $(a_n)$  mit der Eigenschaft  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ . Der Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  existiert genau dann, wenn alle Folgen  $f_n = f(a_n)$  für  $n \rightarrow \infty$  gegen die gleiche Zahl konvergieren, egal wie die Folge  $(a_n)$  gewählt wird. In diesem Falle schreibt man für diese Zahl

$$f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x).$$

Gilt die Existenz des Grenzwertes (nur) für Zahlenfolgen  $(a_n)$ , die sich monoton fallend der Zahl  $a$  annähern, dann schreibt man auch

$$f_{\downarrow}(a) = \lim_{x \downarrow a} f(x).$$

Analog für den Fall der monoton wachsenden Folgen  $(a_n)$ :

$$f_{\uparrow}(a) = \lim_{x \uparrow a} f(x).$$