Aufgabe 1:

a) Um zu zeigen, dass die DGL exakt ist, muss man prüfen, dass $\frac{\partial}{\partial y} P(x,y) = \frac{\partial}{\partial x} Q(x,y)$ ist.

$$\frac{\partial}{\partial y} e^{-y} = -e^{-y}$$
$$\shortparallel$$
$$\frac{\partial}{\partial x}\, 1 - x e^{-y} = -e^{-y}$$

D.h. Die DGL ist exakt.

b) $\int e^{-y}\, dx = x \cdot e^{-y} + c(y) = U(x,y)$

c) $\frac{\partial}{\partial y} U(x,y) \overset{!}{=} Q(x,y) = 1 - x e^{-y}$

$$\shortparallel$$
$$\frac{\partial}{\partial y}(x \cdot e^{-y} + c'(y)) = -x e^{-y} + c'(y)$$

$\Rightarrow c'(y) = 1 \quad \Rightarrow c(y) = y + \tilde{c} \quad \Rightarrow U(x,y) = +x e^{-y} + y + \tilde{c}$

d) $U(x,y) = c \qquad c = +x e^{-y} + y$

nach x aufgelöst ~~$x(y) = \ldots$~~ $x(y) = (c - y) \cdot e^{y}$

Aufgabe 2 a) $y^3\, dy = x^2\, dx \qquad (y \neq 0)$

$\Rightarrow \frac{1}{3} y^4 = \frac{1}{2} x^3 + \tilde{c}$

$\Rightarrow y = \pm \sqrt[4]{\frac{3}{2} x^3 + c}$

„$\pm$", da 4. Wurzel positive Zahlen ergeben und y auch negativ sein kann.

$\frac{3}{2} x^3 + c > 0$!