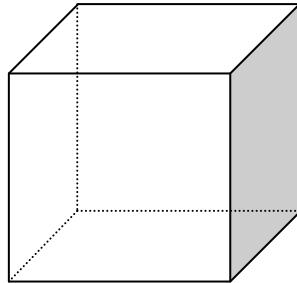


Die Lösung der Aufgabe 1 auf dem ersten Übungsblatt hat ein paar Schwierigkeiten bereitet, was „Beweisen“ überhaupt bedeutet. Um zu demonstrieren, wie ich mir das vorstelle, habe ich hier eine ähnliche Aufgabe mit Musterlösung angegeben...



Aufgabe: Stellen Sie sich einen Würfel vor. Dieser Würfel hat 12 Kanten, die Sie mit den Ordnungszahlen 1 bis 12 durchnummerieren wollen. An jeder Ecke des Würfels treffen jeweils drei Kanten aufeinander. Die Summe der drei Ordnungszahlen der entsprechenden Kanten nennen wir „Ecksumme“. Beweisen Sie, dass es keine Möglichkeit gibt, die Ordnungszahlen 1 bis 12 so auf die Kanten zu „verteilen“, dass alle Ecksummen den gleichen Wert haben.

Beweis: Jede Kante eines Würfels verbindet genau 2 Ecken miteinander, wenn wir also alle Ecksummen addieren, so ergibt sich (ohne Beschränkung der Allgemeinheit, also für jede beliebige Reihenfolge der Nummerierung der Kanten) folgende Zahl:

$$\text{Summe aller Ecksummen} = 2 \cdot (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12) = 156.$$

Wenn alle Ecksummen gleich sein sollen, dann müsste für jede Ecke die Ecksumme also jeweils 156 geteilt durch 8, also 19.5 betragen. Da dieses jedoch keine natürliche Zahl ist, ist so eine Ecksumme nicht als Summe von drei Ordnungszahlen darstellbar. Die Ecksummen können also nicht alle gleich sein.

Bemerkung: Um diesen Beweis formulieren zu können, muss man auf die Idee mit der „Summe der Ecksummen“ kommen. Der kreative Akt, der hinter dem Finden einer solchen Idee steckt, lässt sich nicht erlernen, vielleicht trainieren, aber benötigt immer etwas Gedankenspielerei mit dem „Thema“ der Aufgabe...