

Institut für Mathematik
Freie Universität Berlin
Dr. M. Weiser

Übungsblatt 12 zur Vorlesung
ANALYSIS I
<http://www.zib.de/weiser/AnaI-2011/>
WS 2011/12

Abzugeben am 26.01.2012

1. Aufgabe (3 Punkte)

Es sei $y(x)$ eine nur physikalisch messbare Größe, die Lipschitz-stetig differenzierbar von x abhängt. Um die Ableitung $y'(x)$ zu erhalten, messen wir $y(x)$ und $y(x+h)$ und verwenden den Differenzenquotienten $\delta y(x) = (y(x+h) - y(x))/h$ als Näherung für die Ableitung. Geben Sie eine obere Schranke für den Fehler $\delta y(x) - y'(x)$ in Abhängigkeit von h an.

Die Messung ist leider fehlerbehaftet, statt $y(x)$ erhalten wir lediglich einen Wert $z(x) = y(x) + \Delta(x)$, wobei wir vom Messfehler Δ nur wissen, daß $\Delta(x) \leq \epsilon$ gilt. Geben Sie eine obere Schranke für den Fehler $(z(x+h) - z(x))/h - y'(x)$ in Abhängigkeit von h an.

Was bedeutet das für die optimale Wahl von h ?

2. Aufgabe (3 Punkte)

Betrachten Sie die Potenzreihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{x^k}{k}.$$

- (a) Bestimmen Sie den Konvergenzbereich D der Reihe.
- (b) Bilden Sie die Ableitung der durch die Reihe definierten Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ und bestimmen Sie auch deren Konvergenzbereich.

