

Institut für Mathematik
Freie Universität Berlin
Dr. M. Weiser

Übungsblatt 2 zur Vorlesung
ANALYSIS I
<http://www.zib.de/weiser/AnaI-2011/>
WS 2011/12

Abzugeben am 03.11.2011

1. Aufgabe *Relationen* (6 Punkte)

Betrachten Sie die folgenden Relationen auf $[-1, 1] \subset \mathbb{R}$.

- „ \leq “
- „ \circ “ gegeben durch $x \circ y :\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$
- „ \square “ gegeben durch $x \square y :\Leftrightarrow x = (y + 1)^2$

- (a) Skizzieren Sie diese Relationen.
- (b) Untersuchen Sie die Relationen auf Reflexivität, Symmetrie und Transitivität. Beweisen Sie Ihre Aussagen.

Bonusaufgabe: (2 Bonuspunkte) Skizzieren Sie die Relation „ Δ “ definiert auf \mathbb{R} durch

$$x \Delta y :\Leftrightarrow (x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge x \leq 1 - y) \wedge [(2x \Delta 2y) \vee (2x - 1 \Delta 2y) \vee (2x \Delta 2y - 1)].$$

2. Aufgabe *Injektivität/Surjektivität* (2 Punkte)

Geben Sie für jede der folgenden Funktionen an, ob sie injektiv, surjektiv oder bijektiv ist.

- (a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = x^2$,

(b) $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = x^2$

(c) $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1], x \mapsto f(x) = \sin(x)$

(d) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = x^3$

3. Aufgabe Bild und Urbild (2 Punkte)

Betrachten Sie die Funktion $f = \cos : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Bestimmen Sie

(a) $\text{im}(f)$,

(b) $f^{-1}(0)$,

(c) $f^{-1}(\mathbb{R})$,

(d) $f^{-1}([0, 1])$,

(e) $f^{-1}([2, 3])$.