

Institut für Mathematik
Freie Universität Berlin
Dr. M. Weiser

Übungsblatt 3 zur Vorlesung
ANALYSIS I
<http://www.zib.de/weiser/AnaI-2011/>
WS 2011/12

Abzugeben am 10.11.2011

1. Aufgabe *Schachspiel* (2 Punkte)

Der Erfinder des Schachspiels erbat sich vom Herrscher folgende Belohnung: Er numerierte die Felder des Schachbretts von 1 bis 64. Auf das erste Feld sollte man ihm nur ein Reiskorn legen; auf jedes weitere Feld sollten jeweils doppelt so viele Reiskörner gelegt werden wie auf das vorhergehende Feld.

- (a) Wie viele Reiskörner liegen auf den ersten n Feldern zusammen? Wie viele Reiskörner liegen auf dem gesamten Brett?
- (b) Wie groß ist der Anteil dieser Menge an der Weltjahresproduktion ungefähr?

2. Aufgabe *Abbildungen* (3 Punkte)

Geben Sie die Abbildung

$$f : \{0, 1, 2\} \rightarrow \mathbb{N}$$
$$x \mapsto x^2$$

als Relation auf $\{0, 1, 2\} \times \mathbb{N}$ an.

Hinweis: Schauen Sie sich die Definition von Abbildungen und dem Produkt von Mengen an. In der Lösung dürfen nur die Symbole “{”, “}” und “,” sowie die natürlichen Zahlen vorkommen.

3. Aufgabe (3 Punkte)

Beweisen Sie die Formel

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

für $n \geq 1$ per Induktion.

4. Aufgabe *Äquivalenzrelationen* (3 Punkte)

Es gibt verschiedene Museen, die sich mit der spielerischen Heranführung von Kindern und Jugendlichen an naturwissenschaftliche und mathematische Themen beschäftigen. Zu erwähnen ist für die Mathematik sicherlich das „Mathematikum“ in Gießen, das auch eine Wanderausstellung besitzt. In Berlin gibt es z.B. das (thematisch offenere) „Labyrinth Kindermuseum“ und in Potsdam das (naturwissenschaftlich ausgerichtete) „Exploratorium“. Entwerfen Sie ein Exponat für ein solches Museum, das für Schüler geeignet ist und als Thema „Äquivalenzrelationen und Äquivalenzklassen“ behandelt. Dabei wird

- (a) Wert auf eine schülergerechte Erklärung der Ausgangsmenge, der Relation und aller Äquivalenzeigenschaften gelegt.
- (b) als zweites eine exakte mathematische Darstellung und Schreibweise und ein Nachweis der Eigenschaften für das Fachpublikum verlangt.