

Institut für Mathematik
Freie Universität Berlin
Dr. M. Weiser

Übungsblatt 6 zur Vorlesung
ANALYSIS I
<http://www.zib.de/weiser/AnaI-2011/>
WS 2011/12

Abzugeben am 01.12.2011

1. Aufgabe (2 Punkte)

Zeigen Sie die Eindeutigkeit des Grenzwerts: Ist $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge in \mathbb{R} mit Grenzwerten a und b , so gilt $a = b$.

2. Aufgabe (3 Punkte)

Sei $(x_i)_{i \in \mathbb{N}}$ eine Cauchy-Folge in \mathbb{Q} , die keine Nullfolge ist. Geben Sie das multiplikativ Inverse zu $x := [(x_i)_{i \in \mathbb{N}}] \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ an.

3. Aufgabe (4 Punkte)

Eine Schnecke kriecht mit einer Geschwindigkeit von 10 cm pro Stunde auf einem einen Meter langen Gummiband entlang. Sie startet zum Zeitpunkt $t = 0$ am linken Ende. Nun wird das Gummiband am Ende jeder vollen Stunde homogen um einen Meter gedehnt. Geben Sie eine Folge an, die beschreibt, welchen Teil des Weges die Schnecke nach n Stunden zurückgelegt hat. Erreicht die Schnecke jemals das andere Ende des Bandes?

4. Aufgabe (3 Punkte)

Es seien $p, q \in \mathbb{Q}$ mit $p < q$ gegeben. Zeigen Sie, dass es eine rationale Zahl $r \in \mathbb{Q}$ und eine irrationale Zahl $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ mit $p < r < q$ und $p < x < q$ gibt.