

Institut für Mathematik
Freie Universität Berlin
Dr. M. Weiser

Übungsblatt 8 zur Vorlesung
ANALYSIS I
<http://www.zib.de/weiser/AnaI-2011/>
WS 2011/12

Abzugeben am 15.12.2011

1. Aufgabe (3 Punkte)

Bestimmen Sie die Konvergenzradien und die Konvergenzgebiete der folgenden Potenzreihen:

$$(i) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n!}$$

$$(ii) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$(iii) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1 + (-1)^n}{2} x^n$$

2. Aufgabe *Pythagoras* (4 Punkte)

Berechnen Sie mithilfe des Cauchy-Produkts den Ausdruck

$$\left(\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \right)^2 + \left(\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} \right)^2.$$

Hinweis: Es gilt

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = (1-1)^n = 0.$$

3. Aufgabe (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Exponentialfunktion nur positive Werte annimmt, d.h. es gilt $\exp(x) > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Verwenden Sie Satz II.3.1.

4. Aufgabe (4 Punkte)

Berechnen Sie die Zahlen π/e und $\sqrt{2}$ mithilfe einer vierstelligen Logarithmentafel.

(Siehe z.B. <http://home.fonline.de/rs-ebs/algebra/lg1000-2009.htm>)