

Institut für Mathematik  
Freie Universität Berlin  
Dr. M. Weiser

Übungsblatt 9 zur Vorlesung  
**ANALYSIS I**  
<http://www.zib.de/weiser/AnaI-2011/>  
WS 2011/12

**Abzugeben am 05.01.2012**

**1. Aufgabe** (3 Punkte)

Berechnen Sie (mit Computer oder Taschenrechner)  $\exp(-20)$  und  $\exp(20)$  durch Auswertung der Potenzreihe. Vergleichen Sie Ihre Resultate mit dem erwarteten Ergebnis durch die Probe  $\exp(-20) \cdot \exp(20) = \exp(0) = 1$ . Ab wie vielen Reihengliedern ergibt sich eine zufriedenstellende Genauigkeit?

**2. Aufgabe** (3 Punkte)

Eine Abbildung  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  heißt *Lipschitz-stetig*, falls ein  $L \in \mathbb{R}$  existiert, so dass für alle  $x \neq y$  gilt:

$$|f(x) - f(y)| \leq L|x - y|.$$

Veranschaulichen Sie diese Definition durch eine Skizze. Finden Sie je ein Beispiel für eine Lipschitz-stetige Funktion und eine, die nicht Lipschitz-stetig ist.

**3. Aufgabe** (3 Punkte)

Der Logarithmus  $\log_a$  zur Basis  $a > 1$  ist definiert als Umkehrfunktion der verallgemeinerten Potenz  $a^x$ . Zeigen Sie:

$$\log_a(x) = \ln(x)/\ln(a).$$

Verwenden Sie die Bijektivität der Exponentialfunktion.

**4. Aufgabe** (3 Bonus - Punkte)

Anna bekommt zu Weihnachten abzählbar unendlich viele Geschenke. Sie fängt sofort an, die Geschenke auszupacken. Dabei wird sie immer geschickter, so dass sie für jedes Paket nur ein Drittel der Zeit benötigt, die sie für das vorangegangene Paket brauchte. Nach einer Stunde ist sie bereits fertig. Wie lange hat sie für das erste Geschenk gebraucht?

**Frohe Weihnachten!**