MARTIN GRÖTSCHEL

Ohne *x* is nix

(Akademische Causerie am 15. April 2008)

Liebe Frau Springer, lieber Herr Stock,

ich bedanke mich herzlich für Ihre Einladung, bei einer Causerie des BBAW-Fördervereins *Collegium pro Academia* einen Vortrag halten zu dürfen.

Liebe Gäste,

ich freue mich, dass Sie den Mut aufgebracht haben, zu einem Mathematikvortrag zu kommen. Das Fach Mathematik steht ja nicht gerade in dem Ruf, sich zu einer unterhaltsamen Plauderei zu eignen. Ich versuche, Ihnen zunächst zu erklären, worum es eigentlich bei meinem Vortrag geht. Was also soll der Titel „Ohne *x* is nix“?
Herr Stock hat schon erwähnt, dass wir 2008 das „Jahr der Mathematik“ feiern; ich bin im Koordinierungsausschuss dieses *Wissenschaftsjahres*, ebenso wie der ehemalige Bundesaußenminister Klaus Kinkel. Und der hatte in einer Sitzung, in der eine Werbeagentur ein Motto für das Wissenschaftsjahr vorschlug, gesagt: „Das ist alles nix, ihr müsst klar machen, dass ohne Mathematik gar nix läuft.“ Allerdings hatte er das mit schwäbischem Akzent ausgesprochen, das gelingt mir nicht so gut. Ich flüsterte dann meinem Nachbarn zu: „Daraus können wir doch was machen: ‚Ohne Mathematik geht nichts‘ oder besser: ‚Ohne Mathe ist nichts‘ oder noch besser: ‚Ohne *x* is nix‘.“ Mein Nachbar meinte jedoch: „Das ist gleichzeitig zu intellektuell und zu proletarisch.“ Aber vielleicht, dachte ich später, eignet sich dieses Motto für die *Causerie*, eine „Mischung aus intellektuell und Ruhrgebiet“. Sie werden sicher bald an meiner Sprachfärbung erkennen, dass ich aus dem westfälischen Ruhrgebiet stamme.

Das „*x*“ wird in der Mathematik als Symbol für eine Unbekannte, auch Variable genannt, verwendet; und das Wort „Ausixen“ benutzt man umgangssprachlich häufig, um schwierige Berechnungen zu beschreiben; „*x*“ steht wie wohl kein anderer Buchstabe als Zeichen für Mathematik schlechthin. Damit habe ich das *x* erklärt.

Ich möchte heute über Mathematik im Alltag sprechen und erläutern, wo uns dieses Fach unerwartet und meistens verborgen begegnet. Mehr noch, ich werde erläutern, dass Mathematik in den letzten Jahren ein wichtiger Produktionsfaktor geworden ist und unsere heutige Welt ohne Mathematik kaum noch „funktionieren" würde, dass also ohne Mathematik „nix is". Dafür werde ich viele Beispiele geben.

Andere Titelideen

Ich hatte, bevor ich mich für das Thema „Ohne x is nix" entschied, andere Ideen zum Titel. Meine erste war: „Ich liebe Mathematik.". Sie können sich vermutlich vorstellen, dass ich außer meiner Frau und meinen Kindern auch die Mathematik liebe. Dieser schöne Satz stammt aber nicht von mir, sondern von Vicky, der Tochter von Queen Victoria und späteren Ehefrau von Kaiser Friedrich III. Als Vickys Bräutigam – damals noch Kronprinz – ihr seinen Mathematiklehrer Karl Schellbach, von dem er sehr angetan war, vorstellte, äußerte Vicky: „I love mathematics." Ganz ungewöhnlich für gekrönte Häupter in der Vergangenheit.
Aber wer sind die Prinzessinnen von heute? Filmschauspielerinnen und Models natürlich. Ich habe einen kurzen Film aus dem Berlinale Studio des rbb vom 16.2.2008 mitgebracht und zitiere daraus: „Das Lächeln dieser Frauen ist größer als jede Leinwand: Scarlett Johansson und Natalie Portman – das Traumpaar dieser Berlinale. Sie zeigten, was „Glamour" sein kann. Ihr Auftritt gestern bei der Premiere des Films „Die Schwester der Königin" war selbst großes Kino. Fast ernüchternd ist es da zu hören, dass auch ein höheres Wesen wie Natalie Portman ganz weltliche Leidenschaften hat: ‚Ich liebe Mathe, besonders wenn es ins Abstrakte geht, das ist eine Form von Kunst, diese Systeme, die man im Kopf hat, das finde ich wirklich aufregend.'"
Auch heutzutage gibt es also „Prinzessinnen", die etwas an Mathematik finden. Ich möchte Ihnen noch eine Prinzessin vorstellen: Barbara Meier, Germany's next Topmodel, ist Mathematikstudentin und Botschafterin des „Jahres der Mathematik". Sie schlägt sich bei ihren Auftritten wirklich gut. Ich zitiere: „Für meine Mathe-Begeisterung habe ich oft ein Kopfschütteln geerntet. … Als Botschafterin möchte ich dazu beitragen, die spannenden Seiten der Mathematik zu vermitteln …"
Und dann haben wir noch die Kaiserinnen unserer Zeit. In Deutschland ist das natürlich Angela Merkel, unsere Bundeskanzlerin, die ich aus einem Video-Podcast vom 19. Januar 2008 zitiere: „Warum gerade diese trockene Wissenschaft, die Mathematik? Als Physikerin sage ich natürlich, sie ist die Grundlage, naturwissenschaftliche Erkenntnisse auszudrücken. Das gilt nicht nur für die Physik, das gilt genauso für die Ingenieurwissenschaften, für die Informationstechnologie und viele andere Bereiche unseres Lebens. Ohne Mathematik gibt es keine wissenschaftliche Betäti-

gung, die sich wirklich ausdrücken kann und die Ergebnisse vermitteln kann. Ohne Mathematik wird unsere gesamte Hightech-Strategie sich nicht entfalten können.“

Ich hatte mir einen zweiten, etwas schärferen Titel überlegt: „Der Mathematiker schwimmt in Wollust.“ Was könnte denn das bedeuten? Es klingt eher nach Seite 3 einschlägiger Zeitungen und nicht nach Wissenschaft. Hier kommt jedoch Moses Mendelssohn ins Spiel, was vielleicht ungewöhnlich erscheint. Aber Moses Mendelssohn war der Gewinner der Preisfrage der Königlichen Akademie der Wissenschaften des Jahres 1736 mit seiner Abhandlung: „Evidenz in metaphysischen Wissenschaften“. Es ging hier um den Vergleich zwischen den ewig gültigen, allgemein überzeugenden mathematischen Wahrheiten und den sich schnell überlebenden metaphysischen Erkenntnissen. Mendelssohn war Zeit seines Lebens an Mathematik interessiert. Er hat in einem seiner Werke den mathematischen Erkenntnisprozess beschrieben, der mit mühsamen kleinen Schritten beginnt, bis er endlich zum Höhepunkt, dem Aha-Erlebnis, führt: „Allein die erstaunliche Mannigfaltigkeit, die sich in der schönen Ordnung ausnimmt, bewegt alle Fasern seines Gehirns in einer holdseligen Eintracht. Sie macht das Spiel aller Nerven rege: der Mathematiker schwimmt in Wollust.“ Übrigens haben bedeutende Mathematiker in die Mendelssohn-Familie eingeheiratet, beispielsweise ehelichte Ernst Kummer Moses Mendelsohns Enkelin Ottilie, Hermann Amandus Schwarz deren Tochter Marie Elisabeth, und Peter Gustav Lejeune Dirichlet heiratete Moses Enkelin Rebecca. Kurt Hensel, nach dem die Henselschen Zahlkörper und Ringe benannt sind, ist ein Ururenkel von Moses Mendelssohn. Weitere Nachfahren von Moses haben Spuren in der Mathematik hinterlassen. Ich kann an dieser Stelle nicht weiter darauf eingehen.

Eine dritte Variante meines Vortragstitels wäre gewesen: „Es gibt drei Sorten von Mathematikern“. Bei diesem Thema hätte ich Ihnen etwas über Eitelkeiten und mathematischen Witz erzählt. Auch wenn ich davon Abstand genommen habe, möchte ich Ihnen nicht alles vorenthalten und am Ende meines Vortrags eine Kostprobe hiervon geben.

Jahr der Mathematik und Mathematik in der Presse

Nun zum „Jahr der Mathematik“ selbst. Mein Vorschlag: „Ohne *x* is nix“ is nix geworden. Der offizielle Titel lautet: „Mathematik – Alles, was zählt“, unterstützt mit dem Slogan: „Du kannst mehr Mathe, als Du denkst.“. Die Presse schreibt über Mathematik so viel wie noch nie. Darüber freuen wir uns natürlich riesig, auch wenn Pressekontakte manchmal etwas zwiespältig sind. Davon will ich ein wenig berichten.

Ich selbst wurde u.a. von *Neon* interviewt. Ich kannte die Zeitschrift vorher noch nicht. Auf der Hochzeit meiner Tochter Andrea sprachen mich Gäste auf das Interview an, und ich erhielt Kommentare wie: „Hey, cool, Alter!“. Die Leser eines Interviews in *PM Magazin* haben ganz anders reagiert. Ich habe etwa fünfzig Zuschriften erhalten von Leuten, die angeblich alles Mögliche bewiesen haben. Mehrere „Fermatisten“ (von uns Mathematikern so genannt) lieferten „neue Beweise“ des Satzes von Fermat; andere haben $P=NP$ oder $P\neq NP$ bewiesen; „Kreisquadrierer“ erklärten mir, dass die Kreiszahl π als Bruch darstellbar ist; und so weiter. Und einer rief mich an, den nenne ich den „Nullteiler“, der verkündete: „Ich kann durch Null teilen.“
Ich sagte: „Kann ich auch.“
„Ja, aber ich weiß, wie das immer geht.“
„Weiß ich auch.“
„Ja, mmmh.“
Ich: „Was wollen Sie denn?“
„Ja, aber wenn ich auf meinen HP-Rechner durch Null teile, kommt da ‚error‘ raus.“
„Dann hat HP das wohl falsch programmiert.“
Wie sich herausstellte, wollte der Anrufer entweder einen mathematischen Preis für seine Erkenntnis erhalten, dass er weiß, wie man durch Null teilt, und wenn das nicht ginge, wollte er ein Patent anmelden, um damit viel Geld zu verdienen.
Ich klärte ihn auf: „Patente kann man auf mathematische Erkenntnisse nicht erhalten. Und wenn man einen wissenschaftlichen Preis bekommen will, muss man seine Ergebnisse veröffentlichen.“
Der Nullteiler: „Ja dann klauen mir die anderen das doch alle.“
Ich: „Dann müssen Sie Ihre Erkenntnis mit ins Grab nehmen.“

Ein Fermatist schrieb mir: „Soll die Menschheit nochmal 350 Jahre nach einem Beweis für Fermats letzten Satz suchen? Ich bin schon 80, bitte antworten Sie mir schnell.“
Ein anderer *PM*-Leser schickte mir sein Buch über die „Weltformel 19“, in dem er behauptet, dass „der universale Code entdeckt“ und dies „ein Quantensprung der Erkenntnis“ sei. Ein Höhepunkt unter den Zuschriften war die Behauptung der Entdeckung eines „Primzahl-Schamanismus“. Der einleitende Text geht so: „Der Geist ist bereits vor dem Mind existent. Also ist er es, der sich selbst durch das Leben formt. Da das Leben ebenfalls Geist ist, formt sich etwas, was kein etwas ist: Deshalb sind wir Menschen mit im Spiel. Wir spielen das Nichts, das für uns alles ist.“ – Alles klar?

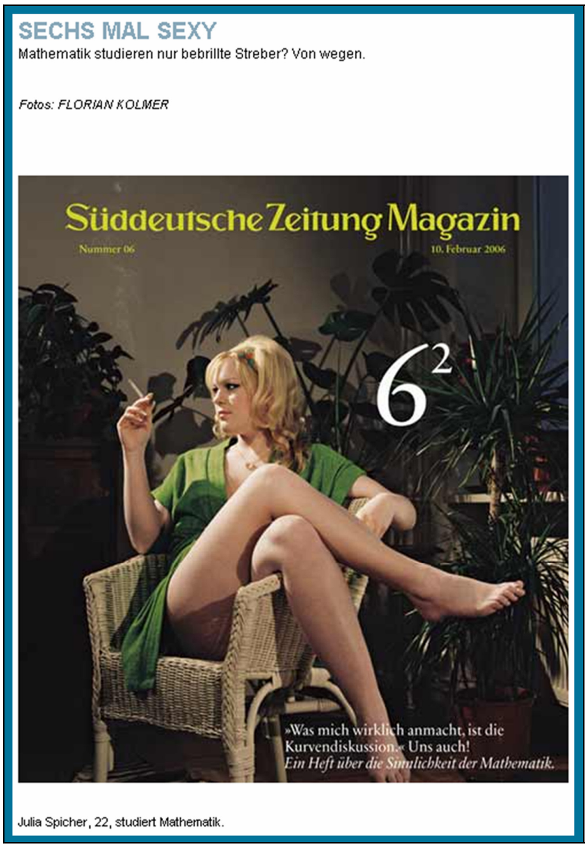

Abbildung 1
Süddeutsche Zeitung Magazin,
Nummer 06, 10. Februar 2006

Jetzt kommt etwas Spannendes – Herr Stock hat das Thema schon in seiner Einführung angedeutet: Mathe und Sex. Gibt es eine solche Verbindung? Ein Journalist vom *Magazin* der *Süddeutschen Zeitung* – eigentlich ja seriös – schrieb mir in einer E-Mail, dass er mal zeigen möchte, dass Mathematiker interessant sind, und er eine Fotostrecke mit „hammermäßig gut aussehenden Mathematikerinnen und Mathematikern“ plane. Ich fühlte mich an Dieter Bohlen erinnert, habe die E-Mail dennoch an verschiedene Leute weitergeleitet. Tatsächlich haben sich viele gemeldet, und es kam ein interessantes Heft heraus, betitelt „6^2“, mit dem Beitrag „Sechs mal Sexy“. Der Umschlag präsentierte eine junge Dame, Mathematikstudentin, die verkündete: „Was mich wirklich anmacht, ist die Kurvendiskussion.“ „Uns auch!“ kommentierte die Süddeutsche (Abb. 1). In dem *SZ-Magazin* sind natürlich nicht nur Frauen, sondern auch Männer abgebildet, tatsächlich auch ein Doktorand von mir, der jetzt gerade mit einer exzellenten Arbeit promoviert hat. Er fand das cool und hatte nur Angst, dass seine Oma das Heft sieht.

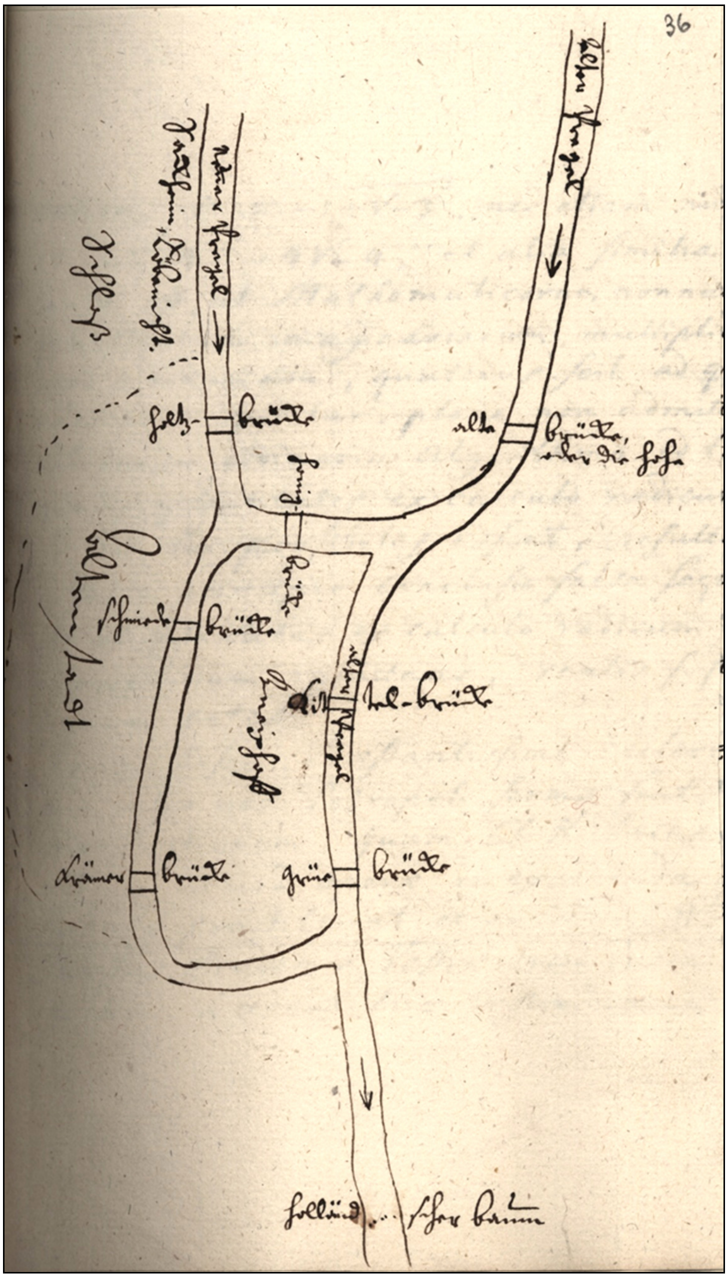

Abbildung 2
Die Abbildung ist dem Buch von Wladimir Velminski (Hg.): Die Geburt der Graphentheorie. Berlin: Kadmos 2008, S. 14 entnommen. Die Zeichnung entstammt einem Brief von Karl Gottlieb Ehler an Leonhard Euler vom 9. März 1736. Ehler erläutert in diesem Brief das Königsberger Brückenproblem.

Wege finden

Business Week schrieb vor zwei Jahren auf der Titelseite eines Heftes: „Why math will rock your world." Darum geht es heute in meinem Vortrag. Ich glaube, dass Mathematik die Welt in stärkerem Maße verändert als uns allen bewusst ist.

Ich beginne bei meinem Rundgang durch Anwendungen der Mathematik natürlich historisch und zwar mit dem Thema „Wege finden". Hier in Berlin müssen wir insbesondere Leonhard Euler erwähnen, der mit seiner berühmten Abhandlung „Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis"[1] die Graphentheorie begründet hat. In diesem Artikel befasst er sich mit dem „Königsberger Brückenproblem" (Abb. 2).

Was hat Euler gemacht? Er begann mit der Skizze der Stadt Königsberg aus Ehlers Brief (siehe Abb. 2) und untersuchte die Frage, ob es einen Rundweg durch Königsberg gibt, bei dem man jede der sieben Brücken genau einmal begeht und wieder zum Ausgangspunkt zurückkehrt. Man sieht recht schnell, dass das nicht möglich ist. Aber der Unterschied zwischen „Fummeln" und Mathematik besteht darin, dass Euler das Problem ganz allgemein für alle Brücken in allen Städten, für immer und ewig löste. Er hat das Problem in Form einer Zeichnung, die wir heute „Graph" nennen, modelliert und mit seiner Untersuchung einen neuen Zweig der Mathematik begründet, die *Graphentheorie*. Euler konnte zeigen, dass ein beliebiger Graph eine „Eulersche Tour" genau dann besitzt, wenn er zusammenhängend ist und an jeden Knoten eine gerade Zahl von Kanten anstößt.

Merkwürdigerweise blieb diese Entdeckung jahrhundertelang folgenlos. Niemand kam auf den Gedanken, dieses Problem auch unter Optimierungsgesichtspunkten zu behandeln. Erst ein chinesischer Mathematiker, der während der Kulturrevolution für die Post arbeiten musste und die Aufgabe hatte, Rundstrecken für Postboten zu entwickeln, befasste sich damit, wie man auf möglichst günstige Weise einen Graphen „Eulersch" machen kann.[2] Gelöst wurde das Problem von den amerikanischen Kollegen Edmonds und Johnson[3], die einen polynomialen Algorithmus zur Berechnung einer kostenminimalen Postbotentour fanden.

Worum geht es hier? Ich zeige dies am Beispiel von Berlin-Hohengatow. Dort wohne ich. Ich stelle mir das Problem, auf der Grundlage des Kartenausschnitts die kostenminimale Tour für den Postboten, den Zeitungsboten oder auch für die Müll-

---

1 In: Commentarii Academiae Scientiarium Imperialis Petropolitanae 8 (1736), S. 128–140. Die Abhandlung basiert auf einem Vortrag vor der Akademie am 26. August 1735.

2 Mei-Ko Kwan: Graphic Programming Using Odd or Even Points. In: Chinese Math., 1 (1962), S. 273–277.

3 Edmonds, Jack & Ellis L. Johnson: Matching, Euler Tours, and the Chinese Postman. In: Mathematical Programming 5 (1973), S. 88–124.

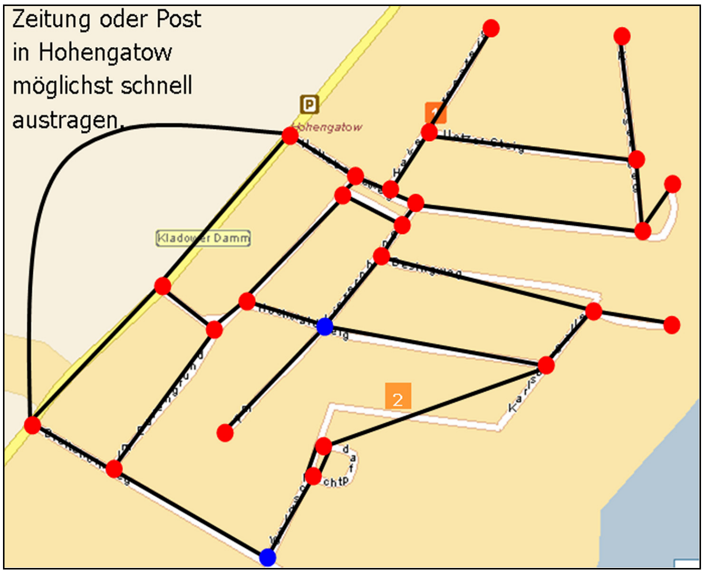

Abbildung 3
Berlin-Hohengatow

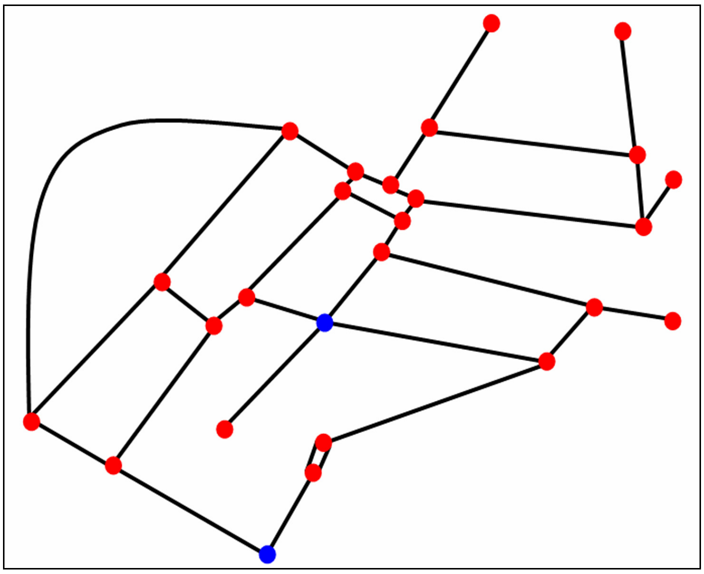

Abbildung 4
Hohengatow-Graph

abfuhr auszurechnen. Zunächst mache ich aus der Karte einen Graphen: Alle Kreuzungspunkte werden durch rote Punkte (die Graphentheoretiker nennen sie Knoten) und die Straßen durch schwarze Linien (genannt Kanten) markiert (Abb. 3).
Dann vergessen wir die Karte und betrachten nur noch Punkte/Knoten und Linien/Kanten. Das ist jetzt unser Graph (Abb. 4). Die Aufgabe besteht nun darin, eine Tour

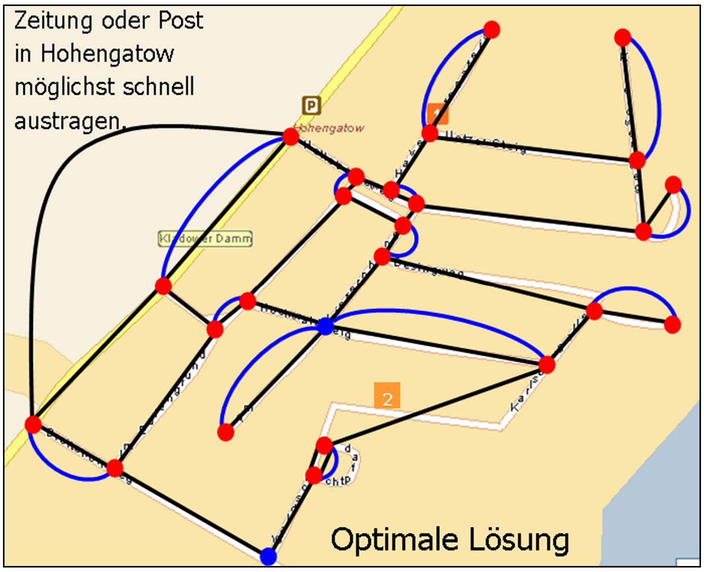

Abbildung 5
Hohengatow-Graph

zu finden, bei der man jede Straße mindestens einmal abläuft. Für die Straßen, die man doppelt begehen muss, soll die Summe ihrer Längen möglichst klein sein. Die optimale Lösung für Hohengatow zeigt Abbildung 5.

Leider befassen sich gerade Manager in Logistikunternehmen relativ selten mit diesem und ähnlichen mathematischen Problemen. Ein Grund dafür ist, dass sie häufig gar nicht bemerken, dass Tourenplanungsprobleme dieser Art mathematische Aufgaben sind. Daher reden sie auch mit Mathematikern kaum darüber, obwohl durch gute Planung in der Logistik große Kosteneinsparungen erzielt werden können. Mittlerweile rücken wir dem Problem an der „Basis“ zu Leibe und gehen mit Fragestellungen dieser Art in die Schulen hinein. Eine meiner Doktorandinnen hat zusammen mit Schülern die Frage untersucht: Wie kann man mit der Müllabfuhr bestmöglich durch den Stadtbereich in der Umgebung der Schule fahren? Einige der Lösungsmethoden, die Schüler entwickelt haben, zeigen die Abbildungen 6 und 7. Hier sieht man die Graphen, die die Schüler erfunden haben: Knoten, ungerader Grad – die Schüler haben die wichtigen Lösungskonzepte schnell verstanden und konnten nach der Unterrichtseinheit das Problem besser behandeln als so manche Manager in Logistik-Firmen.

Leonhard Euler, der bedeutendste Mathematiker des 18. Jahrhunderts, hat an der Berliner Akademie ab 1741 fünfundzwanzig Jahre lang gewirkt und viele Spuren hinterlassen. An einem Haus gegenüber der Komischen Oper, wo heute die Landesvertretung von Bayern residiert, hängt eine Plakette, die an Eulers dortigen Wohnsitz erinnert. Es gibt u. a. eine Eulerstraße in Wedding, und dort tragen sogar zwei Knei-

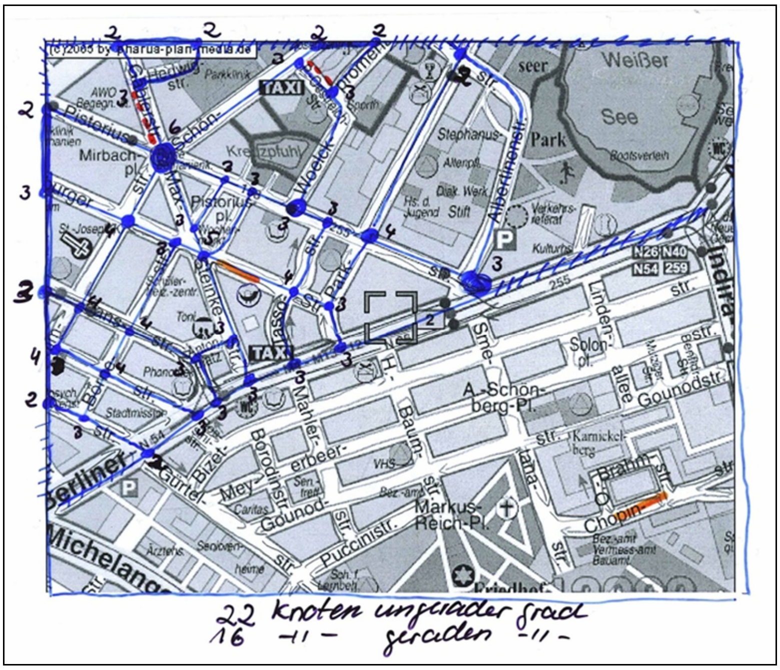

Abbildung 6
Modellieren

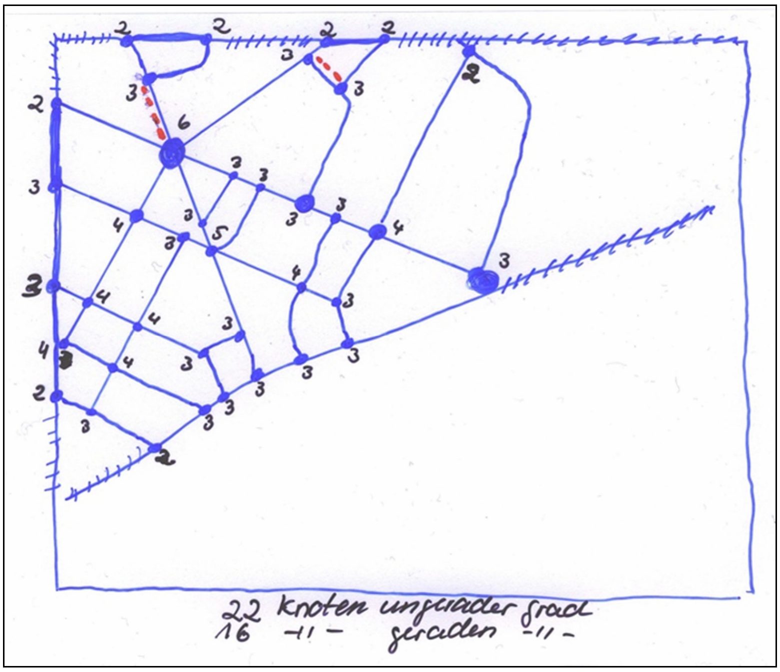

Abbildung 7
Modellieren

pen seinen Namen. Meine Frau und ich haben sie besucht. Dass die Gäste im Euler-Eck und im Euler-Treff wissen, wer der Namenspatron der Gaststätte ist, schien uns eher unwahrscheinlich.

Jetzt komme ich zum nächsten „Wege-Problem“, nämlich den kürzesten oder schnellsten Weg zwischen zwei Orten zu finden. Diese Aufgabe kann man beispielsweise mit dem Dijkstra-Algorithmus schnell lösen. Der Dijkstra-Algorithmus ist auch von Laien gut zu verstehen. Schauen Sie doch einfach einmal bei Wikipedia nach. Wenn Sie in Ihrem Auto das Navigationssystem aufrufen, läuft ein Algorithmus zur Berechnung eines kürzesten Weges ab. In den meisten Fällen handelt es sich um eine Variante des Dijkstra-Algorithmus. Wenn Sie eine E-Mail verschicken, so wird der Weg dieser Botschaft durch das Internet ebenfalls mit einem Kürzeste-Wege-Algorithmus bestimmt.
Das Problem selbst ist uralt. Wir finden es beispielsweise in Schillers *Wilhelm Tell*. Tell steht in Altdorf und bittet: „Nennt mir den nächsten Weg nach Arth und Küßnacht.“ Der Fischer antwortet: „Die offne Straße zieht sich über Steinen, / Doch einen kürzern Weg und heimlichern / Kann mein Knabe Euch über Lowerz führen.“ Hier gibt es also zwei Möglichkeiten, den üblichen schnellen Weg, der aber keine Deckung bietet, und einen kürzeren, offenbar schwierigeren, der aber nicht gut einsehbar ist.
Was wir hier vor uns haben, ist eine der ersten Formulierungen eines *multikriteriellen Optimierungsproblems*. Das Besondere hierbei ist, dass wir nicht nur eine, sondern mehrere Zielfunktionen haben, die wir möglichst gleichzeitig optimieren wollen. In einem Navigationssystem kann man z. B. „kürzester Weg“ oder „schnellster Weg“ eingeben, manchmal auch „bequemster Weg“ oder „schönster Weg“. Wir stoßen hier so ganz nebenbei auf eine Problemklasse, die wir derzeit mathematisch nicht „anständig“ lösen können. Multikriterielle Probleme sind richtig schwierig.

Ich habe folgendes Beispiel ausgewählt, um auf Schwierigkeiten bei der Optimierung hinzuweisen, auf die man im Alltag besonders dann stößt, wenn man mehrere Zielkriterien beachten will. Wenn man vom Theodor-Heuss-Platz in Berlin-Westend in das Zentrum von Erkner fahren will, kann man entweder durch Berlin-Mitte fahren: 76 Minuten / 40 Kilometer (kürzester Weg), eine nördliche Strecke mit maximalem Autobahnanteil wählen: 59 Minuten / 87 Kilometer (schnellster Weg) oder bei Mischung der beiden Kriterien eine Strecke finden, die 60 Minuten benötigt und 65 Kilometer lang ist. Welche ist aber die beste Strecke, wenn man pünktlich in Erkner sein will?
Mathematik leistet zwar Entscheidungshilfe, sagt aber nicht unbedingt, was man tun soll. Im vorliegenden Fall sollte man sich Zusatzinformationen über den gegenwärtigen Straßenzustand, die Stausituation etc. besorgen.

Bei der Behandlung von mehrkriteriellen Optimierungsproblemen haben Ökonomen Pionierarbeit geleistet. Vilfredo Pareto hat vor über hundert Jahren das Konzept der *Pareto-Optimalität* (so nennen wir es heute) entwickelt. Etwas salopp ausgedrückt, bezeichnen wir eine Lösung eines Problems als Pareto-optimal (oder effizient), wenn keine der Zielfunktionen verbessert werden kann, ohne dass eine andere schlechter wird. In den Ingenieurwissenschaften sucht man häufig nicht nur nach einer Pareto-optimalen Lösung, man möchte die Pareto-Menge – also die Menge aller effizienten Lösungen – bestimmen. Mathematiker können diese Aufgabe im Allgemeinen nicht lösen. Der Grund dafür ist, dass – selbst bei einem so simplen Problem wie dem Kürzeste-Wege-Problem mit zwei Zielfunktionen – die Anzahl der Pareto-optimalen Lösungen exponentiell in der Problemgröße (Codierungslänge) sein kann. Das heißt zum Beispiel, dass bei einem solchen Kürzeste-Wege-Problem in einem Graphen mit n Knoten ungefähr 2^n Wege Pareto-optimal sein können.

Der mathematische Ansatz

Ich komme nun auf den mathematischen Ansatz zur Lösung praktischer Probleme zu sprechen und erläutere diesen anhand der Forschungsaktivitäten im DFG-Forschungszentrum MATHEON, das von den drei großen Berliner Universitäten (FU, HU und TU) und den Berliner Forschungsinstituten WIAS und ZIB getragen wird und dessen Sprecher ich (derzeit noch) bin. Im MATHEON sind drei mathematische Fachgebiete vertreten: Optimierung und diskrete Mathematik (das ist mein eigenes Fachgebiet), Numerik und Scientific Computing sowie angewandte und stochastische Analysis. Die Methoden dieser mathematischen Spezialdisziplinen setzen wir ein in Anwendungsfeldern wie Lebenswissenschaften, Logistik, Verkehr und Telekommunikation, Produktion, Schaltkreissimulation und opto-elektronische Komponenten, Risiken der Finanzmärkte und Visualisierung. Wir können dort natürlich nicht alle Probleme lösen. Wir sind allerdings davon überzeugt, dass die Mathematik in diesen Schlüsseltechnologien viel mehr leisten kann, als sie es derzeit tut. Die MATHEON-Mitarbeiter wollen dazu beitragen, dass Mathematik gerade in komplexen Hochtechnologien besser eingesetzt wird.

Die Mathematik stellt den formalen Apparat zur präzisen Modellierung der Fragestellungen in den Anwendungsfeldern bereit, liefert die theoretischen Werkzeuge zu ihrer strukturellen Durchdringung und entwirft die Algorithmen zu ihrer effizienten Lösung in Zusammenarbeit mit der Informatik und den Anwendern selbst. Damit ist die Mathematik eine Schlüsselwissenschaft, die (vielfach noch) im Verborgenen wirkt. Die Rolle der Mathematik wird – mit dieser Meinung stehe ich nicht allein – immer bedeutender, weil die Systeme komplexer werden.

Lassen Sie mich dies anhand des Problemlösungszyklus in der modernen Angewandten Mathematik erläutern. Wir haben am Anfang ein reales Problem, das einer Lösung bedarf. Daraus entwickeln wir ein mathematisches Modell. Das können Mathematiker nicht alleine, dafür wird intensive Zusammenarbeit mit Praktikern und Fachleuten aus anderen Gebieten benötigt. Wenn wir mit der Modellierung fertig sind, prüfen wir mithilfe von Heuristiken nach, ob das mathematische Modell einigermaßen vernünftig ist. Wir benutzen dazu u. a. Simulationsmethoden. Wenn wir jetzt der Überzeugung sind, dass unser mathematisches Modell gut ist, entwickeln wir die zugehörige mathematische Theorie, leiten daraus Algorithmen ab und implementieren diese. Das ist eine Entwicklung, die sich im Spannungsfeld zwischen reiner und angewandter Mathematik und Informatik abspielt. Wir lösen danach das Modell des praktischen Anwendungsfalls numerisch, simulieren die numerische Lösung und haben dann vielleicht unser reales Problem gelöst. Und falls wir Modellierungsfehler gemacht haben, müssen wir von Neuem anfangen. Wenn alles einigermaßen stimmt, wird intensive Arbeit in die Optimierung gesteckt. Falls sich Erfolg zeigt, kann man damit beginnen, die Methodik durch Implementierung eines User-Interface, Anpassung der Software an die vorhandene Hardware, etc. in die Praxis zu transferieren. Das ist ein komplexer Forschungs- und Entwicklungszyklus, der nur durch gute Zusammenarbeit von vielen und eben nicht nur Mathematikern erfolgreich abgeschlossen werden kann.

Modellierung, Simulation und Optimierung

Diese drei Begriffe sind schon mehrfach gefallen. Ich will sie etwas eingehender erläutern. „Modellieren“ ist eine kurze Bezeichnung für einen komplizierten Vorgang. Wir beginnen mit der Beobachtung der Umwelt oder eines physikalischen, chemischen, biologischen oder technischen Prozesses und versuchen dann, eine formale Darstellung des vorliegenden Sachverhaltes durch mathematische Formeln (Gleichungen, Ungleichungen, Zielfunktionen) herzustellen. Diese Darstellung nennen wir das mathematische Modell. Ähnlich geht man bei der mathematischen Modellierung von gesellschaftlichen oder ökonomischen Entwicklungen und Entscheidungsfindungsprozessen vor. Am Ende der Modellierung stehen mathematische Formeln, die die für den Sachverhalt wichtigen Aspekte in einer der Fragestellung angemessenen Weise in der Sprache der Mathematik beschreiben.
Entscheidend bei der Modellierung ist, die „richtigen Fragen“ zu stellen. Meine Erfahrung bei der Zusammenarbeit mit Industrieunternehmen ist folgende: Mathematiker müssen, um sich Klarheit über ein ihnen wenig vertrautes Anwendungsproblem zu verschaffen, einfache Fragen stellen. Nach meiner Schätzung löst die Beantwor-

tung dieser einfachen Fragen das Problem bereits zu fünfzig Prozent. Typischerweise fragt man: „Warum machen Sie das so?“ Eine häufige Antwort ist: „Das war schon immer so.“ Und dann fängt man als Mathematiker an nachzubohren und versucht, die Freiheitsgrade des Lösungsraumes zu erhöhen, um weitere Potentiale erschließen zu können. Mathematik über solche „investigative Methoden“ in Bereiche hineinzubringen, die noch mathematikfern sind, macht unglaublich viel Spaß. Doch es kommt auch zu Konfliktsituationen. Manchmal stimmen Firmenziele, Abteilungsziele und die Ziele der beteiligten Individuen nicht überein, und man gerät unvorhergesehen in Machtkämpfe. Und manchmal will jemand persönlich nicht, dass optimiert wird, weil dann ja herauskommen könnte, dass er nicht gut arbeitet. Ich habe mehrfach erlebt, dass man aus diesem Grund versuchte, den Einsatz von mathematischer Optimierung zu blockieren.
Ein Wort an dieser Stelle zur Lage in Deutschland: Wenn wir nicht effizient produzieren, werden wir unsere Rolle als eine führende Industrienation verlieren. Die Menschen in anderen Ländern sind nicht weniger intelligent als wir. Ein Vorteil von uns Deutschen ist, dass wir ein bisschen effizienter und besser organisiert sind. Und wenn wir vertrauensvolle und intensive Kooperation zwischen Ingenieuren, Juristen, Betriebswirten, Mathematikern und Informatikern zuwege bringen, können wir auch langfristig noch gut bestehen, weil es uns gelingen wird, wirklich komplexe Prozesse zu beherrschen. Ohne Mathematik wird das nicht gehen, Mathematik muss einfach ein wesentlicher Bestandteil dieser Zusammenarbeit sein.

„Simulieren“ ist das Durchrechnen von verschiedenen realitätsnahen Varianten eines mathematischen Modells. Hierbei wird mit einem Parametersatz begonnen, der anschließend sinnvoll variiert wird, um verschiedene Szenarien zu studieren. Nehmen wir das Wetter: Mit Hilfe von Temperatur-, Luftdruck-, Wind- und anderen Messungen an vielen Orten wird ein Differentialgleichungssystem erstellt. Dieses wird unter Variation einiger Parameter und aufgrund von Kenntnissen früherer Entwicklungen bei ähnlichen Daten mehrfach durchgerechnet, um mögliche Wetterverläufe zu bestimmen. Auf derartigen Simulationen basieren dann die Wetterprognosen für den nächsten Tag oder die nächste Woche, wie wir sie im Fernsehen sehen. Im MATHEON simulieren wir beispielsweise die Entwicklung von Finanzmärkten, die Konfirmationsdynamik von Molekülen oder Operationen in der Gesichtschirurgie. In der Automobilindustrie werden heute Crash-Tests in großem Maße durch Simulation auf Computern durchgeführt und nicht mehr mit realen Autos. Und wenn man an den Flugzeugbau denkt: der Airbus A 380 flog einfach bei seinem ersten Start, niemand hat sich gewundert. Viele Ingenieure haben darüber nachgedacht, haben die Aerodynamik ausgerechnet, die Auftriebe und Lastverteilungen, etc., alles harte Mathematik, ohne sie würde heute kein Flugzeug mehr fliegen.

„Optimieren“ kann man erst, wenn man die Systeme verstanden, Nebenbedingungen, Restriktionen (Gleichungen und Ungleichungen) sowie Ziele festgelegt hat. Ziele festzulegen, ist gar nicht so einfach. Ich gebe ein Beispiel von der Pannenhilfe des ADAC: In meiner Arbeitsgruppe wurde eine Software zur Disposition der Gelben Engel entwickelt. Die Frage war: Was ist das eigentliche Ziel? Der Chef des ADAC wünscht sich bestmöglichen Service. Für mich ist dann klar: Hinter jedem Auto fährt ein Gelber Engel her, das ist bestmöglicher Service. Der Finanzchef wird sich natürlich wünschen: Keine Kosten. Meine Antwort: Kein Gelber Engel, keine Kosten. Wie sieht nun ein Kompromiss aus? Die Entscheidung war, so zu planen, dass jeder havarierte Autofahrer möglichst innerhalb von 38 Minuten bedient wird. Es kann also durchaus passieren, dass Sie mit dem Auto liegen bleiben, neben Ihnen ein Gelber Engel steht und der einfach wegfährt. Wie das? Dieser Gelbe Engel kann z. B. als einziges Pannenhilfefahrzeug ein anderes liegen gebliebenes Fahrzeug in 35 Minuten erreichen, während ein anderer gelber Engel in 25 Minuten bei Ihnen sein kann. Beide havarierten Fahrzeuge sind dann in angemessener Wartezeit bedient worden. Hätte Ihnen der Gelbe Engel geholfen, der neben Ihnen stand, wären Sie zwar sofort versorgt worden, ein anderer Fahrer hätte aber eine Stunde warten müssen. Dies ist ein möglicher (und vom ADAC gewählter) Weg, Fairness mathematisch zu behandeln.

Mathematische Werkzeuge

Hinter all diesen Lösungen stehen mathematische Werkzeuge. Wir formulieren die uns vorliegenden praktischen Aufgaben zum Beispiel als lineare, nicht-lineare oder ganzzahlige Optimierungsprobleme und versuchen, diese Probleme mathematisch zu lösen. Die Entwicklung der hierzu erforderlichen Algorithmen ist unser eigentliches mathematisches Ziel. Wir versuchen insbesondere, Ergebnisse zu erzielen, die belastbar sind. Wenn ich sage: Wir haben eine optimale Lösung, dann haben wir nicht nur „rumoptimiert“, sondern auch einen Beweis, dass die gefundene Lösung zulässig und optimal ist. Hier gibt es einen wesentlichen Unterschied zwischen dem sprachlichen Gebrauch des Wortes „optimal“ in der normalen Welt und der mathematischen Präzision bei seiner Benutzung. Wenn der Mathematiker von Optimalität spricht, dann ist die Lösung nicht nur vermutlich optimal, sondern mit mathematischer Garantie. Es passiert natürlich auch, dass wir Probleme nicht optimal lösen können. Dann sagen wir das aber auch klar. Häufig gelingt es uns in solchen Fällen, *Gütegarantien* abzugeben. Wir berechnen z. B. eine untere Schranke und eine obere Schranke für den Optimalwert und wissen, dass das Optimum dazwischen liegt. Ist der Abstand zwischen oberer und unterer Schranke beispielsweise 5 %, so haben wir eine Gütegarantie für die gefundene Lösung geliefert. Dies ist einer der unschlagbaren Vorteile des mathematischen Ansatzes.

Jetzt folgt ein kurzer Einblick in die Fortschritte, die in der Optimierung in den letzten Jahren erzielt wurden. Mein Kollege Bob Bixby von der Rice University in Houston, Texas, hat eine große Studie zur Effizienzsteigerung der Verfahren zur Lösung linearer Programme – und diese sind die Arbeitspferde der ganzzahligen, linearen und nichtlinearen Optimierung – erstellt. Die Algorithmen in diesem Gebiet sind, so hat er in umfangreichen Rechenzeitvergleichen festgestellt, im Zeitraum 1988 bis 2004 um den Faktor 5,3 Millionen schneller geworden. Die Rechner sind in diesem Zeitraum um den Faktor 1.600 beschleunigt geworden, die Mathematik hat die Algorithmen um den Faktor 3.300 schneller gemacht. Das ist eine Beobachtung, die kaum jemand kennt. Im Bereich der linearen Optimierung ist also die Beschleunigung der Algorithmen durch Mathematik doppelt so groß wie die Beschleunigung durch die Verbesserung der Computer. Das Gesamtergebniss der Bixby-Studie in Kurzform: *Lineare Programme, die 1988 zur Lösung zwei Monate Rechenzeit benötigten, rechnen heute nur noch weniger als eine Sekunde.* Und nur wegen derartiger Fortschritte können wir heute so große Probleme lösen, wie ich sie nachfolgend präsentieren werde.

Telekommunikation: Netzwerke

Ich komme nun zu konkreten Beispielen, zunächst zur Telekommunikation. Was ist das Telekom-Problem? Tausende oder Millionen wollen gleichzeitig telefonieren, Daten übermitteln, Videos verschicken und Ähnliches, alles gleichzeitig. Als ordentlicher Mathematiker kann ich die Aufgabe eines Telekom-Chefs so formulieren: *Man entwerfe exzellente technische Geräte und ein robustes Netzwerk, das gegen Fehler und Störungen tolerant ist, und organisiere den Verkehr so, dass Telekommunikation hoher Qualität zwischen vielen Teilnehmern an vielen Orten gleichzeitig möglich ist und die Gesamtkosten niedrig sind.*

Das Problem ist natürlich nicht einfach zu lösen, aber wir können es immerhin einigermaßen klar formulieren, und bei der Lösung orientieren wir uns an den Ingenieuren: Diese zerlegen das Gesamtproblem in Teilprobleme, untersuchen die Problemhierarchie und lösen die Teilprobleme einzeln. Dann kombinieren sie die Einzellösungen zu einer Gesamtlösung. Und das machen wir genauso. Wir versuchen aber, jedes Teilproblem beweisbar optimal oder mit Gütegarantien zu lösen. Wenn uns das gut gelingt, versuchen wir, verschiedene Teilprobleme der Problemhierarchie zu einem einzigen mathematischen Problem zusammenzufügen und so die Hierarchie immer mehr zu verflachen mit dem Ziel, wirkliche Systemoptima zu finden. Natürlich können wir das nicht für die Deutsche Telekom, aber wir können inzwischen eine ganze Menge der Teilprobleme angemessen lösen. Dazu skizziere ich einige Beispiele. Ich selbst beschäftige mich seit etwa zwanzig Jahren mit Telekommunikation. Ich war damals an der Cornell Universität in den USA. Dort hat mein Kollege Clyde Monma, der seinerzeit bei den Bell Laboratories arbeitete, in einem Kolloquium über „Ausfallsichere Telekommunikationsnetzwerke" vorgetragen. Worin bestand das Problem? Damals begann man, Glasfasern zu verlegen. Diese waren so teuer, dass man die Netze in Form von sogenannten Steiner-Bäumen entwarf und aus Kostengründen keine Redundanz einbaute. Bei einem solchen Netz kann Folgendes passieren: Fällt ein Kabel aus, weil z. B. ein Bagger es durchtrennt hat, können die Telefonteilnehmer auf einer Seite des durchtrennten Kabels nicht mehr mit denen auf der anderen Seite telefonieren.

Gegen solche Ausfälle muss man ein Netz absichern. Man kann schlicht und einfach mehr Kabel legen. Aber wie baut man ein Netz, das beispielsweise gegen den Ausfall jedes einzelnen Kabels geschützt ist, kostengünstig? Monma und ich entwickelten zusammen mit einer Doktorandin Methoden, wie man sich kostenminimal gegen den Ausfall von Netzkomponenten schützen kann. Wir schrieben schöne Artikel und rechneten für konkrete Anwendungsfälle in den USA optimale Lösungen aus. Aber selbst bei den amerikanischen Telefongesellschaften, für die Monma arbeitete und die meine Gastaufenthalte bezahlten, interessierte sich niemand dafür. Warum?

Damals herrschte noch Monopol-Zustand in der Telekommunikation, und das war in Deutschland genauso. Überall da, wo Monopole sind, interessiert sich keiner für Optimierung. Der Grund ist klar. Warum soll man optimieren, wenn man den Tarif erhöhen kann? Wir waren damals der Zeit einfach voraus. Aber dann passierte in Chicago und anderen Städten kurz hintereinander etwas, das für Optimierungsansätze günstig war. Schlagzeilen wie „The Nightmare on Lincoln Street" machten den Telefongesellschaften Dampf. Die Zeitungen waren voll davon, dass bei kleinen Schäden plötzlich ganze Städte nicht mehr telefonieren konnten. Verwaltungen und Bürger wurden richtig ungehalten. Das Magazin *IEEE Spectrum* veröffentlichte eine Analyse, ich zitiere: „Automatic teller machines in the Chicago area were down, Chicago's busy O'Hare Airport came to a standstill," und ganz am Ende kam die wichtigste Zahl: „Some areas had no service for a month and dollar estimates of lost business ranged from the hundreds of millions to the tens of billions." Plötzlich erinnerte man sich an unsere Mathematik, und so langsam wurde sie dann auch eingesetzt. Heutzutage gibt es eine ganze Batterie von Optimierungsmethoden, um Netzwerke sicher zu machen. U. a. macht dies eine Spin-off-Firma des Konrad-Zuse-Zentrums, *atesio*, eine Gründung von einigen meiner ehemaligen Doktoranden. Durch Einsatz dieser Methoden kann man erheblich bessere Netzwerke bauen und dabei u. U. Hunderte von Millionen Dollar gegenüber der herkömmlichen Methodik einsparen.

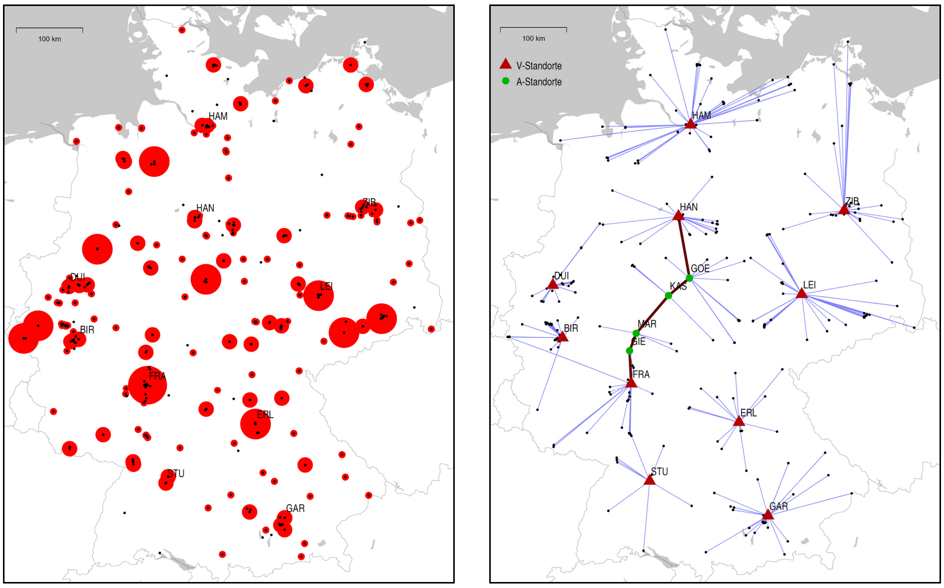

Abbildung 8
X-WIN-Planung (Andreas Bley, ZIB/Marcus Pattloch, DFN.Verein)

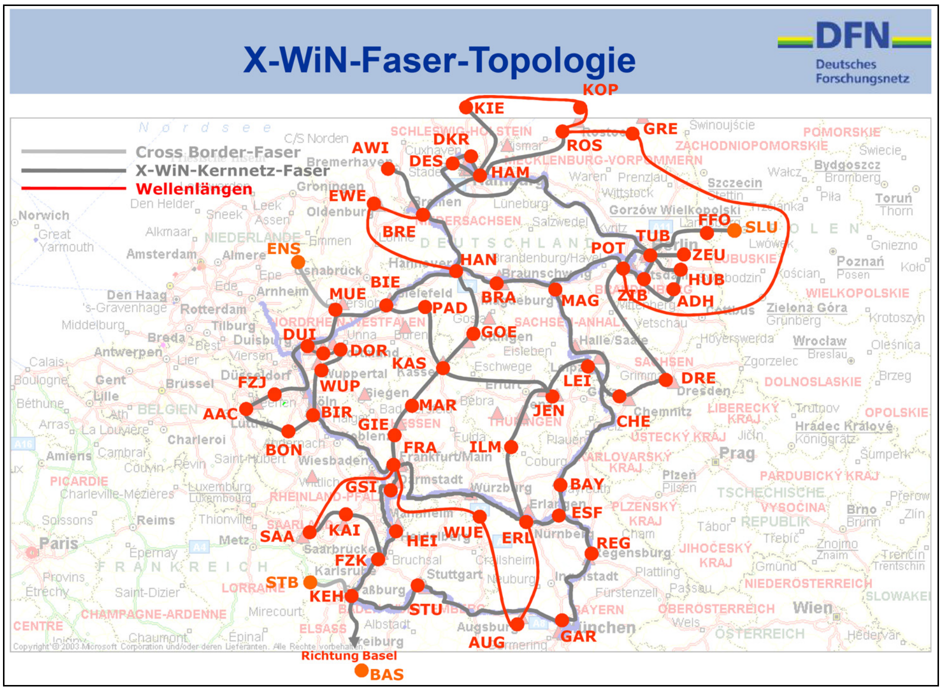

Abbildung 9
Quelle: Deutsches Forschungsnetz – www.dfn.de

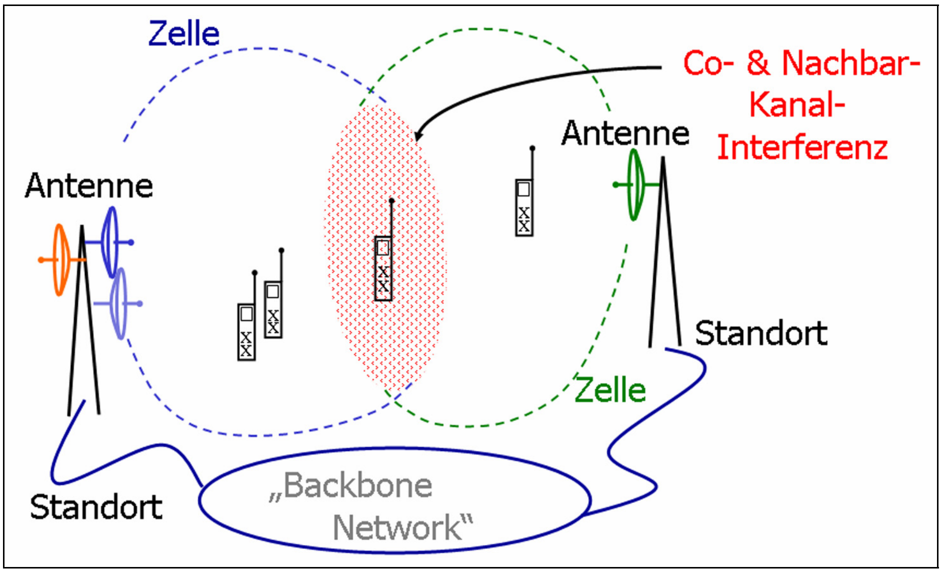

Abbildung 10
Frequenz/Kanalzuweisung bei GSM
Antennen & Interferenz

Das deutsche Wissenschaftsnetz X-WiN wurde zum Beispiel von Andreas Bley, einem meiner Mitarbeiter, zusammen mit Mitarbeitern des DFN-Vereins entworfen. Über das X-WiN sind fast alle Hochschulen, Forschungseinrichtungen und forschungsnahe Unternehmen in Deutschland untereinander und mit den Wissenschaftsnetzen in der restlichen Welt verbunden. Das X-WiN zählt zu den leistungsfähigsten Kommunikationsnetzen weltweit. Abbildung 8 zeigt einige der wichtigen Netzknoten und die sternförmige Verdrahtung, und in Abbildung 9 ist die optimale Lösung dargestellt, die 750 Standorte und 22 Kernnetzknoten miteinander verbindet. Vor zwei Wochen hat Andreas Bley für die mathematischen Aspekte der Entwicklung dieser Methode einen Dissertationspreis in den USA erhalten.

Telekommunikation: Funkschnittstelle

Jetzt kommen wir zu einem anderen Thema, nämlich zur Funkschnittstelle in Mobilfunksystemen. Ich möchte dies am Beispiel der Frequenzzuweisung für die Antennen, die unsere Handys bedienen, erläutern.
Die Schemazeichnung in Abbildung 10 zeigt zwei Antennen an verschiedenen Standorten und das Gebiet, das die Antennen jeweils abdecken, die sogenannten Zellen, die sich hier in der Mitte überschneiden. Wenn nun beide Zellen auf dersel-

ben Frequenz senden, das heißt auf demselben Kanal, kann man mit dem Handy in der Mitte nicht oder nur eingeschränkt telefonieren. Die Ursache sind Interferenzen, die als Co- oder Nachbarkanal-Interferenzen auftreten können. Die Aufgabe ist, die verfügbaren Kanäle so auf die Antennen zu verteilen, dass möglichst wenig Interferenz entsteht.

Es gibt noch zusätzliche technische Bedingungen, die bei der Zuweisung der Kanäle zu beachten sind. Wenn Antennen zum Beispiel einen gemeinsamen Standort, etwa auf demselben Mast oder Dach haben, müssen die ihnen zugewiesenen Frequenzen separiert werden. Weist man einer Antenne z. B. den Kanal 20 zu, so darf keine andere Antenne am selben Standort auf den Kanälen 18, 19, 20, 21 und 22 senden. Ferner gibt es an gewissen Standorten blockierte Kanäle. Hier ist das Frequenzspektrum eingeschränkt, beispielsweise durch Regierungsvorgaben oder Abmachungen mit Telekom-Firmen in Nachbarländern. Die Holländer, Belgier und Deutschen haben z. B. in ihrer Grenzregion 40 Kanäle die in allen drei Ländern genutzt werden. Die zuständigen Anbieter müssen sich dann vertraglich einigen, dass beispielsweise in der Grenzzone Holland-Deutschland die Deutschen 10 Kanäle und die Holländer 30 und in der Grenzregion Belgien-Holland die Belgier und Holländer jeweils 20 Kanäle nutzen. In Maastricht, das in der Überlappungszone aller Bereiche liegt, stehen dann nur noch 10 Kanäle für das holländische Mobilfunkunternehmen zur Verfügung. Das Frequenzplanungsproblem besteht somit darin, die vorhandenen Frequenzen den Antennen so zuzuweisen, dass alle Separationsbedingungen und Kanalblockierungen eingehalten werden und die gesamte Interferenz so gering wie möglich ist. Diese Aufgabe können wir durch ein mathematisches Modell formulieren und in der Praxis zwar nicht optimal, aber weitaus besser als mit den üblichen Frequenzplanungsmethoden lösen. Abbildung 11 zeigt eine Lösung für die Region Berlin-Dresden.

Dargestellt sind die Interferenzen, wie sie bestanden (links), und nach unserer Lösung (rechts), wobei blaue Striche zwischen zwei Antennenstandorten geringe und rote Striche starke Interferenz bedeutet; uns ist hier eine Verbesserung um 84 % gelungen.

Momentan arbeiten wir an UMTS-Funknetzen, der Mobilfunktelefonie, die sich gerade im Aufbau befindet und höhere Datenraten und somit neue Dienste ermöglicht. Hier hat Hans-Florian Geerdes, einer meiner Doktoranden, in seiner Dissertation und in Kooperation mit ZIB-Kollegen und Nachrichtentechnikern ein neues Funknetzplanungsmodell entwickelt, das die Situation in der Praxis sehr gut beschreibt. Dies ist zu kompliziert, um es hier zu erläutern. Ein Film der hierüber vom DFG-Forschungszentrum MATHEON gedreht wurde, gibt Ihnen einen Eindruck von der genauen praktischen Fragestellung und der Mathematik, die bei der Lösung der UMTS-Funknetzplanung eingesetzt wird.

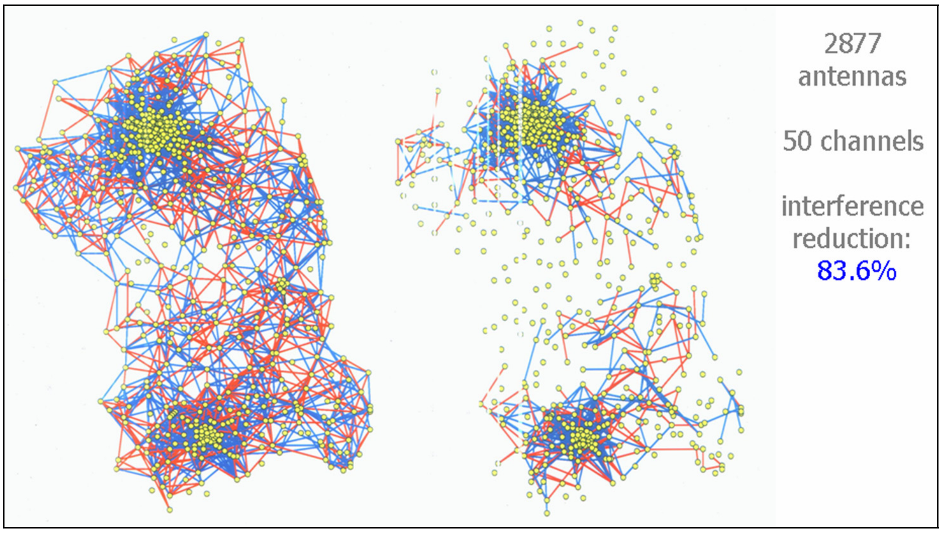

Abbildung 11
Region Berlin - Dresden

Verkehr

Jetzt komme ich zu einem anderen interessanten Anwendungsgebiet der Mathematik, dem „Verkehr“. Als ich in den 90er Jahren nach Berlin kam, habe ich mit meiner Arbeitsgruppe als erstes Projekt den Behindertentransport *Telebus* optimiert. Der Telebus war ein hochpolitisches Projekt. Die damalige die Sozialsenatorin, Frau Stahmer, stellte Mittel für unsere Arbeit bereit, und wir konnten seinerzeit die Telebus-Kosten um rund 30 % senken. Mittlerweile existiert der Telebus nicht mehr. Dies zu erklären, ist eine lange Geschichte.

Eines unserer weiteren Projekte war die Busumlaufplanung für die BVG in Berlin; ich zitiere aus einem Film hierüber:
„Rund 28.000 Busfahrten müssen täglich in einer Großstadt wie Berlin organisiert werden. Eine Herausforderung für die Planer hinter den Kulissen. 1.500 Busse werden pünktlich an den Haltestellen erwartet, gesteuert von 4.000 Busfahrern, jeder mit seinem individuellen Dienstplan. Zu lange Pausen der Busse in den Depots und an den Endhaltestellen sind in den Plänen nicht erwünscht. Auch Betriebsfahrten versuchen die Planer zu vermeiden, aus Kostengründen. Denn nur Busse, die Fahrgäste transportieren, rentieren sich. Dabei müssen 14 verschiedene Bustypen täglich sinnvoll auf die Strecken verteilt werden. Dass Doppeldecker nicht unter niedrigen Brücken durchfahren können, ist nur eine von vielen Nebenbedingungen, die zu be-

rücksichtigen sind. Eine logistische Mammutaufgabe, die von Mathematikern des Konrad-Zuse-Zentrums gelöst worden ist…“
Es konnten Einsparungen erzielt werden, die sehr groß sind. Die BVG erlaubt uns allerdings nicht zu sagen, wieviel genau. Das kommt in der Industrie (leider) häufig vor, wenn die Einsparungen signifikante Größenordnungen erreichen. Der Busverkehr Ostwestfalen (BVO), der zur Deutschen Bahn gehört, hat zu der in meiner Arbeitsgruppe und der daraus entstanden Spin-off-Firma LBW entwickelten Optimierungssoftware eine Studie durchgeführt und deren Ergebnisse veröffentlicht. Die BVO hat zum Beispiel herausgefunden, dass sie nach mathematischer Optimierung der Einsatzpläne etwa 14 % weniger Busfahrer und 5 % weniger Fahrzeuge braucht, um denselben Plan abzuarbeiten. Das Ergebnis wurde in Ostwestfalen augenzwinkernd kommentiert: „in omnibus mathematica.“

Ich rede gelegentlich von einer 15 %-Regel für Firmenkontakte. Wenn ich von einer Firma gefragt wurde, welche Verbesserungen wir denn erreichen können, nannte ich früher optimistisch eine größere Zahl. Heute antworte ich immer: 15 %, egal, was ich wirklich erwarte oder was hinterher rauskommt. Das ist rein psychologisch, mathematische Psychologie. Wenn ich 30 % prognostiziere, bekommt der Kunde Angst, denn es könnte sich zeigen, dass die Firma/Abteilung schlecht gearbeitet und über Jahre Geld vergeudet hat. Also sagt man tunlichst nicht, dass eine hohe Verbesserung erreicht werden kann. Vermute ich ein deutlich geringeres Verbesserungspotential als 15 %, so ist selten jemand an Optimierung interessiert. Das kann man ja auch selbst durch „geeignete Maßnahmen“ erreichen.

Der Anwendungsbereich der mathematischen Methoden geht weiter über den Busverkehr hinaus. Wir arbeiten zu Optimierungsthemen im Flug- und Bahnverkehr mit großen Partnern zusammen, nicht nur in Deutschland. Unsere Spin-off-Firma LBW etwa liefert der Berliner IVU Traffic Technologies AG, einem führenden Anbieter von IT-Systemen für Planung, Betrieb und Optimierung von Verkehrs- und Logistikprozessen, die Optimierungskomponenten.

Was überhaupt noch nicht klappt, ist der Einsatz von Mathematik bei der verkehrlichen Infrastrukturplanung, also dem Bau von Flughäfen, Eisenbahnlinien, Bahnbetriebshöfen, etc. Es wäre wirklich wünschenswert, hierbei auch mathematische Planungsmodelle zu benutzen. Sie brauchen nur Zeitung zu lesen: Fast überall, wo ein neuer Flughafen gebaut wird, ist dieser bei Inbetriebnahme nur aus der Luft bequem erreichbar. Das muss nicht so sein!

Produktion, innerbetriebliche Logistik

Eines unserer weiteren für die Praxis wichtigen und mathematisch spannenden Themen ist „Logistik". Ich zeige Ihnen einen Film, den der Fernsehsender b1 vor einigen Jahren über die Zusammenarbeit des Konrad-Zuse-Zentrums mit der Firma Herlitz gedreht hat, und zitiere daraus:
„Die heutige High-Tech- und Dienstleistungsgesellschaft ist ohne Mathematik nicht mehr vorstellbar. Wie erreichen die dringend benötigten Ersatzteile oder die 220 Glückwunschkarten ‚just in time' den Automobilkonzern in Stuttgart oder den Schreibwarenladen in Rostock? Mathematiker entwickeln Modelle, mit denen sie die Bewegungen in einem Warenlager verstehen und optimieren können. Mit Hilfe dieser mathematischen Modelle errechnen Computer den kürzesten Weg durch ein Labyrinth aus Förderbändern und Förderkörben. Mathematik zeigt der Ware, wo es lang geht."
Wir haben beispielsweise mit Herlitz, als die Firma noch gute Zeiten erlebte, das innerbetriebliche Transportsystem optimiert und dabei die Wege der Hochregallagerbediengeräte und die Nutzung der Horizontaltransportsysteme aufeinander abgestimmt. Das war unglaublich spannend, denn die Herlitz-Kollegen waren richtig gute Logistiker; ihnen fehlte nur eine gewisse mathematische Kompetenz, die wir einbringen konnten.

Die Optimierung der Logistik ist ein außerordentlich spannendes und diffiziles Thema. Wir haben zum Beispiel auch mit VW an der Optimierung der Steuerung von Laser-Schweißrobotern gearbeitet. In Australien sind wir an der Optimierung der Verladeeinrichtung des Containerterminals Botany Bay in Sydney beteiligt. Mein TU-Kollege Rolf Möhring optimiert im Containerterminal Altenwerder in Hamburg das System der AGVs (automatically guided vehicles), das dort den fahrerlosen Transport der Container besorgt.

Medizin

Der Einsatz von mathematischen Methoden in der Medizin ist ein Spezialgebiet meiner MATHEON-Kollegen Peter Deuflhard und Christof Schütte, die sich einem großen Kreis von Fragestellungen – von Operationsunterstützung bis zum Medikamenten-Design – widmen. Ein Beispiel ist die Hyperthermie. Hier werden durch Bestrahlung mit Mikrowellen gewisse Zonen im menschlichen Körper aufgeheizt, damit ein bestehender Tumor geschädigt wird und chemische Wirkstoffe den Tumor besser bekämpfen können. Natürlich sollen die gesunden Körperregionen nicht stark erhitzt und dadurch geschädigt werden. Die Schwierigkeit besteht darin, dass im

Körper die Mikrowellen reflektiert und gebeugt werden, jeweils abhängig davon, ob sie auf Knochen, Organe (wie die Leber) oder Gewebe treffen. Dadurch ist die genaue Berechnung der Erhitzung der Körperregionen schwierig. Diesen Prozess mathematisch sauber zugestalten, ist ein nicht-triviales Unterfangen. Hierfür hat z. B. die Arbeitsgruppe von Peter Deuflhard Methoden entwickelt, wie man die Mikrowellenantennen einrichtet und steuert, damit die Bestrahlung möglichst gut ist und der Körper nicht an unerwünschten Stellen aufgeheizt wird.
In einem MATHEON-Projekt der Kollegen Peter Deuflhard und Ralf Kornhuber geht es um die Modellierung der Bewegungen eines Knies und die Unterstützung von Operationen am Knie durch präzise Vorhersagen.

Was Sie nun auf der Leinwand sehen, ist ein schlagendes Herz. Im linken Film pumpt das Herz so vor sich hin, und rechts stochert ein Katheter im Herz herum. Im Film rechts sehen Sie eine Ablation, mit der ein Vorhofflattern beseitigt wird. Das in den beiden Filmen gezeigte Herz ist übrigens mein eigenes. Die Operation wurde vor ein paar Jahren im Benjamin-Franklin-Klinikum durchgeführt. Sie erfolgte unter Lokalanästhesie. Wenn man will, kann man die Operation auf Monitoren verfolgen. Ich fand das spannend und habe die Operateure um Überlassung einer Filmaufnahme gebeten. Ich hatte volles Vertrauen zu den beiden Ärzten, machte mir jedoch Sorgen um die Qualität der mathematischen Software, die eine wesentliche Komponente der Operation ist. Was Sie in dem Film und die Operateure auf dem Bildschirm sehen, ist „gerechnetes Leben“. Man sieht ja nicht das Herz direkt, sondern es werden Röntgenstrahlen in den Körper gestrahlt, die irgendwie abgelenkt, gebeugt und reflektiert werden. Aus den wieder austretenden Röntgenstrahlen werden die Bilder berechnet, die man auf dem Bildschirm sieht und die die Operateure zur nächsten Aktion benutzen. Sie brennen durch Erhitzung an bestimmte Stellen im Herzen ein „Loch“, um irreguläre Stromflüsse zu unterbinden. Die Löcher selbst tun das nicht, sondern die entstehende Vernarbung wirkt später als Isolator. Wenn aber die Numerik schlecht ist und der Operateur an einer falschen Stelle ein Loch einbrennt, dann kann es sein, dass man anschließend einen Herzschrittmacher braucht. Keine erfreuliche Aussicht! Sie sehen, von guter Numerik kann durchaus auch das eigene Leben abhängen.

Schlussbemerkungen

Ich komme zum Schluss. Ein anderes Thema, das ich hätte hier behandeln können, ist Mathematik im Berliner Straßenbild. Es gibt einige Straßen in Berlin, die nach Mathematikern benannt sind. Hier sind Beispiele: Euler, Lambert (er war der Erste, der gezeigt hat, dass π keine rationale Zahl ist, dafür ist er berühmt geworden);

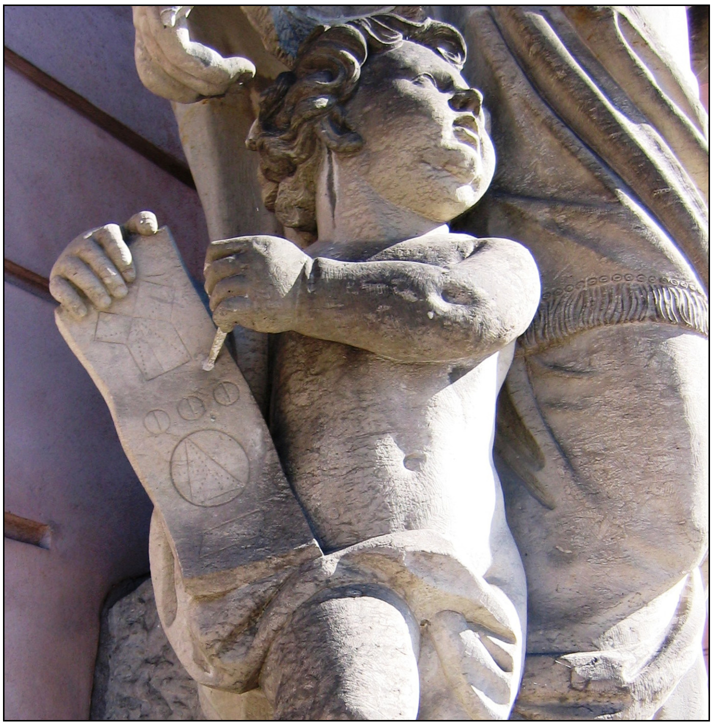

Abbildung 12
Zeughaus, Bauplastik

Kronecker, Crelle, Gauß, Kepler. Aber man sieht Mathematik auch anderswo, beispielsweise in der Bauplastik des Zeughauses. Meine Frau hat gerade ein Buch geschrieben, *Das mathematische Berlin*,[4] in dem sie detailliert zeigt, wo überall in Berlin Mathematik vorkommt. Einige der von meiner Frau gemachten Fotos zeige ich Ihnen hier.

Ich hatte Ihnen noch Mathematikerwitze versprochen. Hier der erste: „Es gibt drei Sorten von Mathematikern, solche, die zählen können, und solche, die nicht zählen können.“ Dies ist ein gefährlicher Witz, denn manche verstehen ihn nicht auf Anhieb. Gut, dass hier viele gelacht haben. Es folgt ein wunderbares Zitat, das ich von Peter Köhler aus seinem Band *Geh' mir aus der Sonne* habe: „Leibniz sagt auf einem Ball zu einer holden Schönen, er könnte ja ein Integral lösen, und sie antwortet: Doch nicht hier vor den Gästen.“
Damit möchte ich schließen und bedanke mich für Ihre Aufmerksamkeit.

[4] Iris Grötschel: Das mathematische Berlin. Berlin: Berlin Story Verlag 2008.