

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Axel Werner
Torsten Klug

1. Übungsblatt

Abgabetermin: 27.04.2015 bis 12:15 in MA041

Aufgabe 1.

10 Punkte

Ein Investor besitzt am Montag 100 Euro. Jeden Tag hat er die folgende Investitionsmöglichkeit: Investiert er am betreffenden Tag x Euro und am darauf folgenden Tag $2x$ Euro, so erhält er am dritten Tag $4x$ Euro zurück. Der Investor sucht eine optimale Strategie, um am Samstag eine maximale Menge Geld zur Verfügung zu haben.

Formuliert das Problem als lineares Programm und diskutiert die Zusatzannahmen, die ihr möglicherweise trifft.

Aufgabe 2.

2+2+2 Punkte

Ermittelt jeweils das duale Programm!

a)

$$\begin{aligned} \max \quad & 15x_1 + 3x_2 + 16x_3 \\ & x_1 + x_2 - x_3 \leq 2 \\ & x_1 + 13x_2 + x_3 = 2 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \min \quad & 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 6x_4 \\ & x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 2 \\ & 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq 4 \\ & 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 5x_4 \leq 6 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} \max \quad & 4x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 \\ & x_1 - 8x_2 + 2x_3 - 7x_4 \leq 2 \\ & 6x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 \geq 4 \\ & 8x_1 + x_2 + x_3 - 6x_4 = -6 \\ & x_1, x_4 \geq 0 \\ & x_3 \leq 0 \\ & x_2 \text{ beliebig} \end{aligned}$$

Aufgabe 3.**2+2+2+2+2+2+2 Punkte**Zeigt: Für $S, S_i \subseteq \mathbb{K}^n$, $i = 1, \dots, k$ gilt:

a) $S_i \subseteq S_j \implies S_j^\circ \subseteq S_i^\circ$

b) $S \subseteq S^{\circ\circ}$

c) $\left(\bigcup_{i=1}^k S_i\right)^\circ = \bigcap_{i=1}^k S_i^\circ$

d) $S^\circ = \text{cone}(S^\circ) = (\text{cone}(S))^\circ$

e) $S = \text{lin}(S) \implies S^\circ = S^\perp$. Gilt die Umkehrung?

Für welche Menge $S \subseteq \mathbb{K}^n$ gilt:

e) $S^\circ = S^{\circ\circ\circ}$

f) $S = S^\circ$