Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik

ADM II - Diskrete Optimierung
Sommersemester 15

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Axel Werner
Torsten Klug

7. Übungsblatt

Abgabetermin: 10.06.2015 bis 10:15 in MA041

Aufgabe 21. **10 Punkte**

Für die Therapeuten eines Krankenhauses soll der Urlaubsplan für das nächste Jahr erstellt werden. Die Therapeuten teilen sich auf in Ergotherapeuten, Physiotherapeuten und Logopäden. Es gibt verschiedene Arbeitszeitmodelle, so dass sich Wochenarbeitszeiten von 20, 30, 35 und 40 Stunden ergeben. Alle haben einen Urlaubsanspruch von 26 Tagen. Jeder Therapeut darf nun Wünsche abgeben. Ein Wunsch besteht immer aus einem zusammenhängenden Zeitraum und der Anzahl der gewünschten Urlaubstage. Zum Beispiel würde (8.6.2015-19.6.2015, 5 Tage) bedeuten, dass der Wunsch besteht in den zwei Wochen vom 8. bis 19. Juni 5 Tage Urlaub zu nehmen. Um die Behandlung der Patienten und die Akzeptanz des Urlaubsplans zu gewährleisten, müssen die folgenden Regeln eingehalten werden:

1. In den Schulferien werden Therapeuten mit Kinder unter 16 Jahren bevorzugt.
2. Wird einem Urlaubswunsch entsprochen, so muss dieser genau der gewünschten Länge entsprechen und alle Tage zusammenhängend sein. Das Wochenende wird ausgenommen, so dass Freitag und Montag auch zusammenhängende Tage sind.
3. An keinem Tag dürfen Ergotherapeuten und Physiotherapeuten mit in der Summe mehr als 80 Stunden Wochenarbeitszeit fehlen.
4. Zwei Physiotherapeuten mit 40 Stunden Wochenarbeitszeit dürfen nicht gleichzeitig Urlaub machen.

Ziel ist es, die Anzahl der gewährten Urlaubstage zu maximieren.

Formuliert das Problem als IP.

Aufgabe 22. **10 Punkte**

Seien $n \geq 3$ und $K_n = (V, E)$ der vollständige ungerichtete Graph mit n Knoten und Q_T^n das zugehörige symmetrische Travelling-Salesmann-Polytop.

Zeichnet das TSP Polytop Q_T^3 und Q_T^4 und zeigt die folgenden Aussagen:

a) Keine der Ungleichungen $x_e \geq 0,\ e \in E$ definiert eine Facette für Q_T^3 und Q_T^4.

b) Keine der Ungleichungen $x_e \leq 1,\ e \in E$ definiert einen Facette für Q_T^3.

Aufgabe 23. **10 Punkte**

Seien $n \geq 2$ und $D_n = (V, A)$ der vollständige gerichtete Graph mit n Knoten und P_T^n das zugehörige asymmetrische Travelling-Salesmann-Polytop.

Zeigt die folgenden Aussagen:

a) $\dim(P_T^n) = |A| - 2|V| + 1 = n(n-3) + 1$, für $n \geq 3$.

b) Keine der Ungleichungen $x_a \leq 1, \ a \in A$ definieren eine Facette von P_T^n.

c) Für $n \geq 5$ definiert $x_a \geq 0$ eine Facette von P_T^n für alle $a \in A$.

Fragen: klug@zib.de