

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Axel Werner
Torsten Klug
Benedikt Bodendorf

10. Übungsblatt

Abgabetermin: 9.01.2014 bis 14:15 in MA041

Aufgabe 37.

5 Punkte

Betrachtet das folgende lineare Programm mit nur einer Nebenbedingung.

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n c_i x_i, \\ \text{s.d.} \quad & \sum_{i=1}^n a_i x_i = b \\ & x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

- Denkt euch einen einfachen Test aus mit dem die Zulässigkeit geprüft werden kann.
- Angenommen es existiert eine endliche Optimallösung. Entwickelt eine einfache Methode mit der man die Optimallösung direkt erhält.

Aufgabe 38.

5 Punkte

Betrachtet das lineare Programm (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & c^\top x \\ & Ax = b \end{aligned}$$

mit $P(A, b) \neq \emptyset$.

Zeigt, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind.

- (P) hat eine optimale Lösung.
- Alle zulässigen Lösungen von (P) sind optimal.
- c ist eine Linearkombination von Zeilen aus A .

Aufgabe 39.**5 Punkte**

Solange nichts anderes gesagt, betrachte das lineare Programm in Standardform

$$\begin{aligned} \max \quad & c^\top x \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

dass alle Generalvoraussetzung (9.2) aus Kapitel 9. des Vorlesungsskriptes einhält. Zeigt oder widerlegt jede der folgenden Aussagen.

- a) Eine Nichtbasisvariable, die in einer Iteration des Simplex-Algorithmus in die Basis aufgenommen wird, kann in der nächsten Iteration, die Basis nicht direkt wieder verlassen.
- b) Eine Basisvariable, die in einer Iteration des Simplex-Algorithmus die Basis verlassen hat, kann in der nächsten Iteration nicht direkt wieder aufgenommen werden.
- c) Gilt $A = A^\top$, dann ist jede zulässige Lösung des linearen Programms

$$\begin{aligned} \max \quad & c^\top x \\ & Ax = c \end{aligned}$$

optimal.

- d) Wurde eine unbeschränkte Variable x_j ersetzt durch $x_j^+ - x_j^-$ ($x_j^+, x_j^- \geq 0$), dann ist in jedem Schritt des Simplex-Algorithmus höchstens eine der beiden Variablen x_j^+, x_j^- ungleich 0.

Aufgabe 40.**5 Punkte**

Weihnachtsgeschenk!

Wer die Aufgabe mit "Frohes Neues Jahr!" beantwortet, bekommt 5 Punkte.

Frohe Weihnachten
und
einen guten Rutsch ins neue Jahr!