Stochastische Eigenschaften des Abnehmerverhaltens

Prof. Dr. Werner Römisch

(H. Leövey, Dr. R. Mirkov, I. Wegner-Specht)

Institut für Mathematik
Humboldt-Universität Berlin

Überblick

Überblick

- Statistische Daten

Überblick

- Statistische Daten
- Datenanalyse

Überblick

- Statistische Daten
- Datenanalyse
- Schätzung von Mehrtagesmitteltemperaturen
- Schätzung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Überblick

- Statistische Daten
- Datenanalyse
- Schätzung von Mehrtagesmitteltemperaturen
- Schätzung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Berechnung von Wahrscheinlichkeiten

Überblick

- Statistische Daten
- Datenanalyse
- Schätzung von Mehrtagesmitteltemperaturen
- Schätzung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Berechnung von Wahrscheinlichkeiten
- Generierung von Szenarien

Überblick

- Statistische Daten
- Datenanalyse
- Schätzung von Mehrtagesmitteltemperaturen
- Schätzung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- Berechnung von Wahrscheinlichkeiten
- Generierung von Szenarien
- Szenarioreduktion

Statistische Daten

Statistische Daten

- Typischerweise liegen Messungen der Gasflussmengen der Abnehmer über einem Zeithorizont vor,

Statistische Daten

- Typischerweise liegen Messungen der Gasflussmengen der Abnehmer über einem Zeithorizont vor,
- häufig erfolgen diese Messungen in einem Zeittakt pro Tag,

Statistische Daten

- Typischerweise liegen Messungen der Gasflussmengen der Abnehmer über einem Zeithorizont vor,
- häufig erfolgen diese Messungen in einem Zeittakt pro Tag,
- wesentlich sind eine ausreichende Anzahl von Messungen und die Vollständigkeit der Daten,

Statistische Daten

- Typischerweise liegen Messungen der Gasflussmengen der Abnehmer über einem Zeithorizont vor,
- häufig erfolgen diese Messungen in einem Zeittakt pro Tag,
- wesentlich sind eine ausreichende Anzahl von Messungen und die Vollständigkeit der Daten,
- letzteres hängt wesentlich vom Verwendungszweck ab (z.B. für dynamische oder stationäre Modellierung).

Datenanalyse

Datenanalyse

- Dynamische Modellierung: Datenfilterung in saisonale und Tages-Kategorien,

Datenanalyse

- Dynamische Modellierung: Datenfilterung in saisonale und Tages-Kategorien,
- Beispiel-Ziel: Schätzung von Tagesmittelwerten und von innertäglichen Verläufen in allen Kategorien.

Datenanalyse

- Dynamische Modellierung: Datenfilterung in saisonale und Tages-Kategorien,
- Beispiel-Ziel: Schätzung von Tagesmittelwerten und von innertäglichen Verläufen in allen Kategorien.
- Stationäre Modellierung: Sicherung der Vergleichbarkeit von Daten, Rolle der Saisonalität wird von der Temperatur übernommen.

Datenanalyse

- Dynamische Modellierung: Datenfilterung in saisonale und Tages-Kategorien,
- Beispiel-Ziel: Schätzung von Tagesmittelwerten und von innertäglichen Verläufen in allen Kategorien.
- Stationäre Modellierung: Sicherung der Vergleichbarkeit von Daten, Rolle der Saisonalität wird von der Temperatur übernommen.
- Beispiel für stationäre Modellierung:

Datenanalyse

- Dynamische Modellierung: Datenfilterung in saisonale und Tages-Kategorien,
- Beispiel-Ziel: Schätzung von Tagesmittelwerten und von innertäglichen Verläufen in allen Kategorien.
- Stationäre Modellierung: Sicherung der Vergleichbarkeit von Daten, Rolle der Saisonalität wird von der Temperatur übernommen.
- Beispiel für stationäre Modellierung:
  - Verwendung des mittleren Gasflusses,

Datenanalyse

- Dynamische Modellierung: Datenfilterung in saisonale und Tages-Kategorien,
- Beispiel-Ziel: Schätzung von Tagesmittelwerten und von innertäglichen Verläufen in allen Kategorien.
- Stationäre Modellierung: Sicherung der Vergleichbarkeit von Daten, Rolle der Saisonalität wird von der Temperatur übernommen.
- Beispiel für stationäre Modellierung:
  - Verwendung des mittleren Gasflusses,
  - Bestimmung einer Referenztemperaturstation als Bezugspunkt im Netz,

Datenanalyse

- Dynamische Modellierung: Datenfilterung in saisonale und Tages-Kategorien,
- Beispiel-Ziel: Schätzung von Tagesmittelwerten und von innertäglichen Verläufen in allen Kategorien.
- Stationäre Modellierung: Sicherung der Vergleichbarkeit von Daten, Rolle der Saisonalität wird von der Temperatur übernommen.
- Beispiel für stationäre Modellierung:
  - Verwendung des mittleren Gasflusses,
  - Bestimmung einer Referenztemperaturstation als Bezugspunkt im Netz,
  - Bestimmung von Temperaturklassen,

Datenanalyse

- Dynamische Modellierung: Datenfilterung in saisonale und Tages-Kategorien,
- Beispiel-Ziel: Schätzung von Tagesmittelwerten und von innertäglichen Verläufen in allen Kategorien.
- Stationäre Modellierung: Sicherung der Vergleichbarkeit von Daten, Rolle der Saisonalität wird von der Temperatur übernommen.
- Beispiel für stationäre Modellierung:
  - Verwendung des mittleren Gasflusses,
  - Bestimmung einer Referenztemperaturstation als Bezugspunkt im Netz,
  - Bestimmung von Temperaturklassen,
  - entsprechende Filterung der Abnehmerdaten.

Temperaturklassen

Temperaturklassen

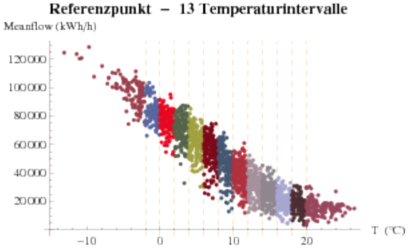
- Pro Exit-Knoten wird dann der mittlere Gasfluss für alle Referenztage gefiltert. Dies liefert die Datenbasis für die zum Referenzintervall gehörige Temperaturklasse.

Temperaturklassen

- Pro Exit-Knoten wird dann der mittlere Gasfluss für alle Referenztage gefiltert. Dies liefert die Datenbasis für die zum Referenzintervall gehörige Temperaturklasse.
- Daten-Preprocessing zur Überprüfung der statistischen Belastbarkeit eines Exit-Knotens in allen Temperaturklassen.

Temperaturklassen

- Pro Exit-Knoten wird dann der mittlere Gasfluss für alle Referenztage gefiltert. Dies liefert die Datenbasis für die zum Referenzintervall gehörige Temperaturklasse.
- Daten-Preprocessing zur Überprüfung der statistischen Belastbarkeit eines Exit-Knotens in allen Temperaturklassen.



Schätzung von Mehrtagesmitteltemperaturen

Schätzung von Mehrtagesmitteltemperaturen

- Um die temperaturabhängigen Gasfluss an Exits besser schätzen zu können, wird eine Mehrtagesmitteltemperatur verwendet.

Schätzung von Mehrtagesmitteltemperaturen

- Um die temperaturabhängigen Gasfluss an Exits besser schätzen zu können, wird eine Mehrtagesmitteltemperatur verwendet.
- Häufig verwendetes Viertagesmittel:

$$\bar{t}_d = \frac{1}{15}(8t_d + 4t_{d-1} + 2t_{d-2} + t_{d-3})$$

Hierbei ist t_d die Tagesmitteltemperatur am Tag d.

Schätzung von Mehrtagesmitteltemperaturen

- Um die temperaturabhängigen Gasfluss an Exits besser schätzen zu können, wird eine Mehrtagesmitteltemperatur verwendet.
- Häufig verwendetes Viertagesmittel:

$$\bar{t}_d = \frac{1}{15}(8t_d + 4t_{d-1} + 2t_{d-2} + t_{d-3})$$

  Hierbei ist t_d die Tagesmitteltemperatur am Tag d.
- Unter Nutzung der statistischen Exit-Daten kann man geeignetere Parameter ω_i, $i = 0, 1, 2, 3$, schätzen, so dass mit

$$\bar{t}_d = \sum_{i=0}^{3} \omega_i t_{d-i}$$

  der Gasfluss bestmöglich an die Daten angepaßt wird.

Schätzung von Mehrtagesmitteltemperaturen 2

Schätzung von Mehrtagesmitteltemperaturen 2

- Die Daten des mittleren Gasflusses werden der Tagesmitteltemperatur $t_{\min} \leq t \leq t_{\max}$ und einem Exit i zugeordnet, D_{ti} ist die Anzahl der Daten $X_{ti,j}$.

Schätzung von Mehrtagesmitteltemperaturen 2

- Die Daten des mittleren Gasflusses werden der Tagesmitteltemperatur $t_{\min} \leq t \leq t_{\max}$ und einem Exit i zugeordnet, D_{ti} ist die Anzahl der Daten $X_{ti,j}$.
- Wir betrachten Daten für eine Gruppe G von Exits.

Schätzung von Mehrtagesmitteltemperaturen 2

- Die Daten des mittleren Gasflusses werden der Tagesmitteltemperatur $t_{\min} \leq t \leq t_{\max}$ und einem Exit i zugeordnet, D_{ti} ist die Anzahl der Daten $X_{ti,j}$.
- Wir betrachten Daten für eine Gruppe G von Exits.
- Restringiertes nichtlineares Regressionsproblem:

$$\min_{(\alpha,\beta,\gamma,\delta)} \sum_{i \in G} \sum_{t=t_{\min}}^{t_{\max}} \sum_{j=1}^{D_{ti}} (f(\alpha, \beta, \gamma, \delta, t, X_{ti}) - X_{ti,j})^2$$

zur Bestimmung von $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$.

Schätzung von Mehrtagesmitteltemperaturen 2

- Die Daten des mittleren Gasflusses werden der Tagesmitteltemperatur $t_{\min} \leq t \leq t_{\max}$ und einem Exit i zugeordnet, D_{ti} ist die Anzahl der Daten $X_{ti,j}$.
- Wir betrachten Daten für eine Gruppe G von Exits.
- Restringiertes nichtlineares Regressionsproblem:

$$\min_{(\alpha,\beta,\gamma,\delta)} \sum_{i \in G} \sum_{t=t_{\min}}^{t_{\max}} \sum_{j=1}^{D_{ti}} (f(\alpha,\beta,\gamma,\delta,t,X_{ti}) - X_{ti,j})^2$$

  zur Bestimmung von $(\alpha,\beta,\gamma,\delta)$.
- Hierbei entspricht $f(\alpha,\beta,\gamma,\delta,t,X)$ dem Wert der Sigmoid-Funktion

$$f(\alpha,\beta,\gamma,\delta,t,X) = \mathbb{E}(X)\Big(\frac{\alpha}{1+(\frac{\beta}{t-40})^{\gamma}} + \delta\Big).$$

Schätzung von Mehrtagesmitteltemperaturen 3

Schätzung von Mehrtagesmitteltemperaturen 3

- Bestimmung der Gewichte ω_i, $i = 1, 2, 3, 4$, bei Daten von N aufeinanderfolgenden Tagen

$$\min_{\omega \in \Omega} \sum_{i \in G} \sum_{d=4}^{N} (f(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \bar{t}_d, X_{di}) - X_{di})^2$$

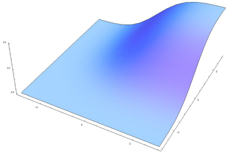
wobei $\Omega = \{\omega : \omega_i \geq 0, \sum_{i=1}^{4} \omega_i = 1\}$ und X_{di} mittlere Gasflüsse am Tag d und Exit i sind.

Klassen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Klassen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

a) Multivariate Normalverteilung

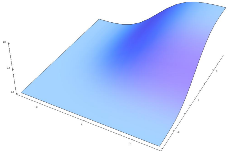
alle Exit-Knoten, die Normalverteilungstest bestehen und signifikante Korrelationen zu anderen Knoten aufweisen



Klassen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

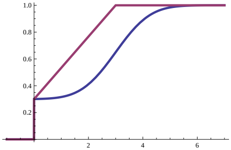
a) Multivariate Normalverteilung

alle Exit-Knoten, die Normalverteilungstest bestehen und signifikante Korrelationen zu anderen Knoten aufweisen



b) Verschobene Gleichverteilung

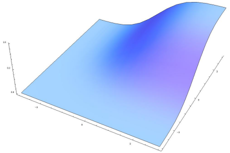
alle Knoten, die Test auf Mischung aus Nullpunkt- und Gleichverteilung bestehen.



Klassen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

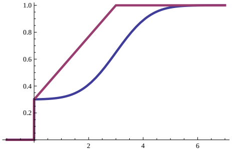
a) Multivariate Normalverteilung

alle Exit-Knoten, die Normalverteilungstest bestehen und signifikante Korrelationen zu anderen Knoten aufweisen



b) Verschobene Gleichverteilung

alle Knoten, die Test auf Mischung aus Nullpunkt- und Gleichverteilung bestehen.



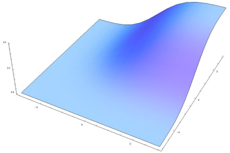
c) Verschobene univariate Normalverteilung

alle übrigen Knoten, modelliert als Mischung aus Nullpunkt- und Normalverteilung.

Klassen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

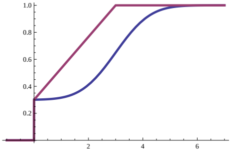
a) Multivariate Normalverteilung

alle Exit-Knoten, die Normalverteilungstest bestehen und signifikante Korrelationen zu anderen Knoten aufweisen



b) Verschobene Gleichverteilung

alle Knoten, die Test auf Mischung aus Nullpunkt- und Gleichverteilung bestehen.



c) Verschobene univariate Normalverteilung

alle übrigen Knoten, modelliert als Mischung aus Nullpunkt- und Normalverteilung.

Von Knoten aus b) oder c) wird zu beliebigen anderen Knoten Unabhängigkeit angenommen.

Univariate Verteilungen

Univariate Verteilungen

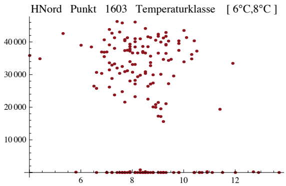
- Univariate Modellierung erfolgt für stark streuende, diskrete bzw. teildiskrete Datensätze.

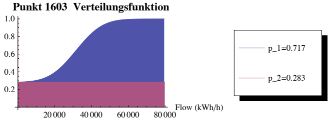
Univariate Verteilungen

- Univariate Modellierung erfolgt für stark streuende, diskrete bzw. teildiskrete Datensätze.
- Verwendung verschobener Verteilungen auf Grund der zeitweiligen Nullausspeisung an Exits.

Univariate Verteilungen

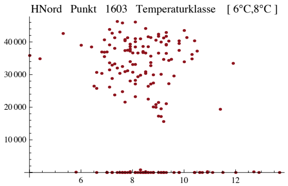
- Univariate Modellierung erfolgt für stark streuende, diskrete bzw. teildiskrete Datensätze.
- Verwendung verschobener Verteilungen auf Grund der zeitweiligen Nullausspeisung an Exits.
- Normalverteilung bzw. verschobene Normalverteilung bei moderater Streuung:

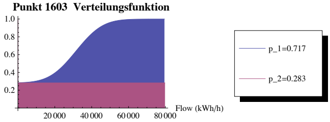




Univariate Verteilungen

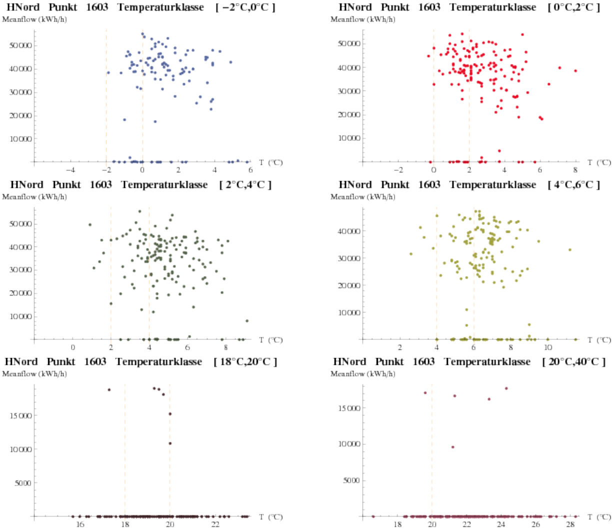
- Univariate Modellierung erfolgt für stark streuende, diskrete bzw. teildiskrete Datensätze.
- Verwendung verschobener Verteilungen auf Grund der zeitweiligen Nullausspeisung an Exits.
- Normalverteilung bzw. verschobene Normalverteilung bei moderater Streuung:





- Gleichverteilung bzw. verschobene Gleichverteilung bei starker gleichmäßiger Streuung.

Univariate Verteilungen: Beispiele



Multivariate Verteilungen

Multivariate Verteilungen

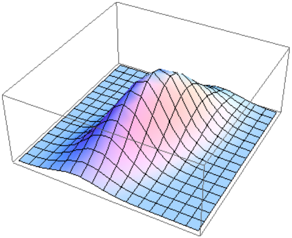
- Multivariate Verteilungen dienen zur Beschreibung der Abhängigkeitsstruktur (Korrelationsstruktur) für geeignete Teilmengen von Exits,

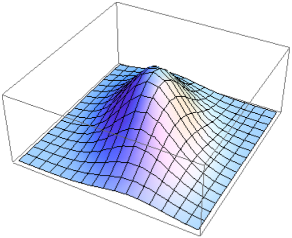
Multivariate Verteilungen

- Multivariate Verteilungen dienen zur Beschreibung der Abhängigkeitsstruktur (Korrelationsstruktur) für geeignete Teilmengen von Exits,
- Sie ermöglichen eine genauere Beschreibung der Exit-Stochastik und damit eine (deutliche) Verbesserung bei der Generierung von Szenarien und bei der Kapazitätsberechnung.

Multivariate Verteilungen

- Multivariate Verteilungen dienen zur Beschreibung der Abhängigkeitsstruktur (Korrelationsstruktur) für geeignete Teilmengen von Exits,
- Sie ermöglichen eine genauere Beschreibung der Exit-Stochastik und damit eine (deutliche) Verbesserung bei der Generierung von Szenarien und bei der Kapazitätsberechnung.
- Positiv- und negativ-korrelierte multivariate Normalverteilung:





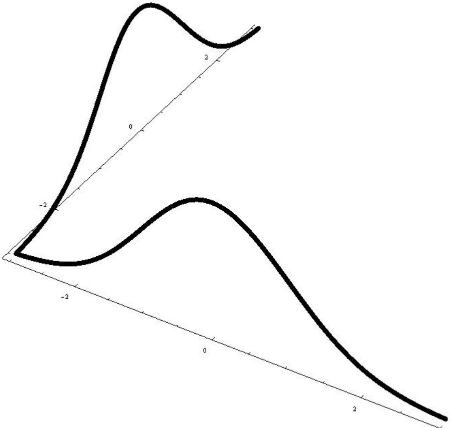
Warum multivariate Verteilungen?

Warum multivariate Verteilungen?

- Quantile der Randverteilungen liefern zu kleine Wahrscheinlichkeiten.

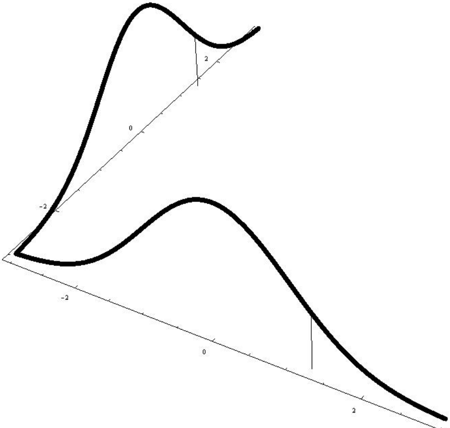
Warum multivariate Verteilungen?

- Quantile der Randverteilungen liefern zu kleine Wahrscheinlichkeiten.



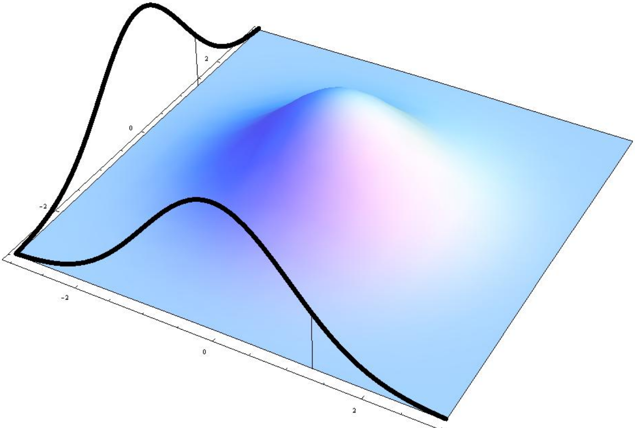
Warum multivariate Verteilungen?

- Quantile der Randverteilungen liefern zu kleine Wahrscheinlichkeiten.



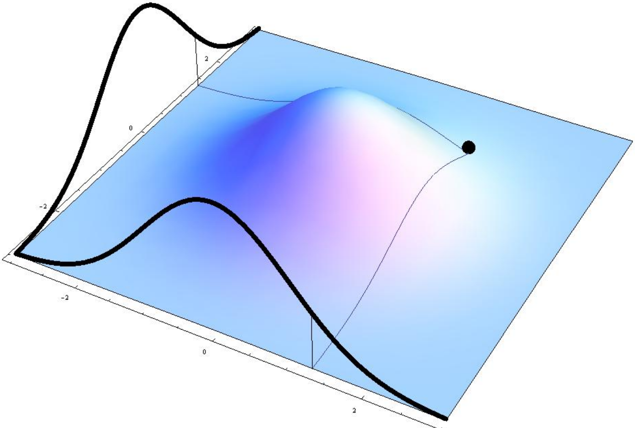
Warum multivariate Verteilungen?

- Quantile der Randverteilungen liefern zu kleine Wahrscheinlichkeiten.



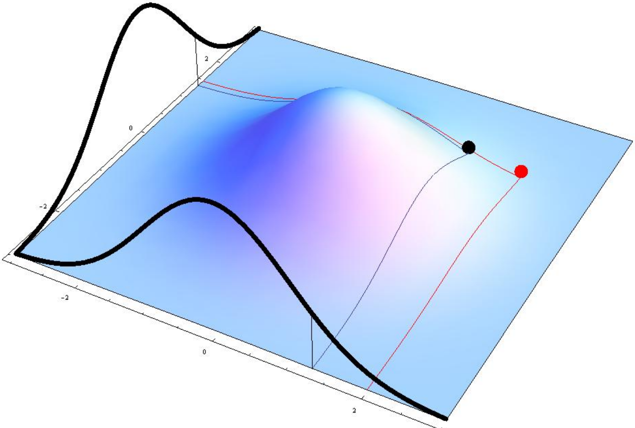
Warum multivariate Verteilungen?

- Quantile der Randverteilungen liefern zu kleine Wahrscheinlichkeiten.



Warum multivariate Verteilungen?

- Quantile der Randverteilungen liefern zu kleine Wahrscheinlichkeiten.



Generierung von Szenarien

Generierung von Szenarien

- Verwendung von Monte-Carlo Simulationsmethoden,

Generierung von Szenarien

- Verwendung von Monte-Carlo Simulationsmethoden,
- Für einen d-dimensionalen Zufallsvektor, der allen Exits des Netzes entspricht, werden N mögliche Realisierungen mit den Wahrscheinlichkeiten $\frac{1}{N}$ simuliert,

Generierung von Szenarien

- Verwendung von Monte-Carlo Simulationsmethoden,
- Für einen d-dimensionalen Zufallsvektor, der allen Exits des Netzes entspricht, werden N mögliche Realisierungen mit den Wahrscheinlichkeiten $\frac{1}{N}$ simuliert,
- **Schritte:**

Generierung von Szenarien

- Verwendung von Monte-Carlo Simulationsmethoden,
- Für einen d-dimensionalen Zufallsvektor, der allen Exits des Netzes entspricht, werden N mögliche Realisierungen mit den Wahrscheinlichkeiten $\frac{1}{N}$ simuliert,
- **Schritte:**
  - Simulation der Gleichverteilung auf [0,1] (Mersenne-Twister),

Generierung von Szenarien

- Verwendung von Monte-Carlo Simulationsmethoden,
- Für einen d-dimensionalen Zufallsvektor, der allen Exits des Netzes entspricht, werden N mögliche Realisierungen mit den Wahrscheinlichkeiten $\frac{1}{N}$ simuliert,
- **Schritte**:
  - Simulation der Gleichverteilung auf [0,1] (Mersenne-Twister),
  - Transformation auf (verschobene) Gleichverteilungen

Generierung von Szenarien

- Verwendung von Monte-Carlo Simulationsmethoden,
- Für einen d-dimensionalen Zufallsvektor, der allen Exits des Netzes entspricht, werden N mögliche Realisierungen mit den Wahrscheinlichkeiten $\frac{1}{N}$ simuliert,
- **Schritte:**
  - Simulation der Gleichverteilung auf [0,1] (Mersenne-Twister),
  - Transformation auf (verschobene) Gleichverteilungen
  - Transformation auf eine d-dimensionale Normalverteilung mit unabhängigen Komponenten,

Generierung von Szenarien

- Verwendung von Monte-Carlo Simulationsmethoden,
- Für einen d-dimensionalen Zufallsvektor, der allen Exits des Netzes entspricht, werden N mögliche Realisierungen mit den Wahrscheinlichkeiten $\frac{1}{N}$ simuliert,
- **Schritte:**
  - Simulation der Gleichverteilung auf [0,1] (Mersenne-Twister),
  - Transformation auf (verschobene) Gleichverteilungen
  - Transformation auf eine d-dimensionale Normalverteilung mit unabhängigen Komponenten,
  - Transformation auf eine d-dimensionale multivariate Normalverteilung mit gegebener Korrelationsmatrix.

Integration von Experten-Szenarien

Integration von Experten-Szenarien

- Um das Gasabnahmeverhalten für spezielle Situationen (z.B. bei sehr niedrigen Temperaturen) genauer zu untersuchen, können k Experten-Szenarien hinzu genommen werden.

Integration von Experten-Szenarien

- Um das Gasabnahmeverhalten für spezielle Situationen (z.B. bei sehr niedrigen Temperaturen) genauer zu untersuchen, können k Experten-Szenarien hinzu genommen werden.
- Unter Verwendung der bisherigen Szenarien werden die Wahrscheinlichkeiten der Experten-Szenarien und die geänderten Wahrscheinlichkeiten der bisher bestimmten Szenarien geschätzt.

Integration von Experten-Szenarien

- Um das Gasabnahmeverhalten für spezielle Situationen (z.B. bei sehr niedrigen Temperaturen) genauer zu untersuchen, können k Experten-Szenarien hinzu genommen werden.
- Unter Verwendung der bisherigen Szenarien werden die Wahrscheinlichkeiten der Experten-Szenarien und die geänderten Wahrscheinlichkeiten der bisher bestimmten Szenarien geschätzt.
- Lösung eines linearen Optimierungsproblems:

$$\min_{\substack{p_i \geq 0 \\ \sum_{i=1}^{N+k} p_i = 1}} \max_{i=1,\ldots,N+k} \left| F(\xi^i) - \sum_{\substack{j=1 \\ \xi^j \leq \xi^i}}^{N+k} p_j \right|$$

Integration von Experten-Szenarien

- Um das Gasabnahmeverhalten für spezielle Situationen (z.B. bei sehr niedrigen Temperaturen) genauer zu untersuchen, können k Experten-Szenarien hinzu genommen werden.
- Unter Verwendung der bisherigen Szenarien werden die Wahrscheinlichkeiten der Experten-Szenarien und die geänderten Wahrscheinlichkeiten der bisher bestimmten Szenarien geschätzt.
- Lösung eines linearen Optimierungsproblems:

$$\min_{\substack{p_i \geq 0 \\ \sum_{i=1}^{N+k} p_i = 1}} \max_{i=1,\ldots,N+k} \left| F(\xi^i) - \sum_{\substack{j=1 \\ \xi^j \leq \xi^i}}^{N+k} p_j \right|$$

- F ist die geschätzte d-dimensionale Verteilungsfunktion.

Szenarioreduktion 1

Szenarioreduktion 1

- Gegeben sei eine große Anzahl N von d-dimensionalen Szenarien ξ^i, $i = 1, \ldots, N$, wobei jedes mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit p_i auftritt.

Szenarioreduktion 1

- Gegeben sei eine große Anzahl N von d-dimensionalen Szenarien ξ^i, $i = 1, \dots, N$, wobei jedes mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit p_i auftritt.
- Wir möchten nun $n < N$ Szenarien daraus auswählen und die zu diesen ausgewählten Szenarien gehörigen neuen Wahrscheinlichkeiten bestimmen, so dass das große Ensemble von N Szenarien **bestmöglich approximiert** wird.

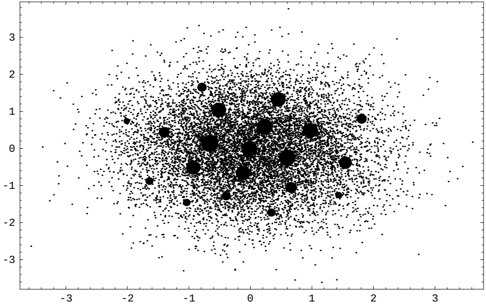
Szenarioreduktion 1

- Gegeben sei eine große Anzahl N von d-dimensionalen Szenarien ξ^i, $i = 1, \dots, N$, wobei jedes mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit p_i auftritt.
- Wir möchten nun $n < N$ Szenarien daraus auswählen und die zu diesen ausgewählten Szenarien gehörigen neuen Wahrscheinlichkeiten bestimmen, so dass das große Ensemble von N Szenarien **bestmöglich approximiert** wird.
- Dies erfordert die Lösung eines kombinatorischen Optimierungsproblems. Dazu werden Heuristiken eingesetzt.

Szenarioreduktion 2

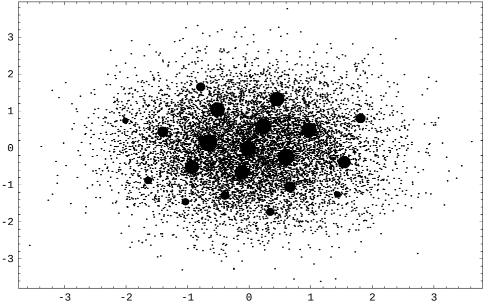
Szenarioreduktion 2

- **Illustration:** Ausgangspunkt: N=10 000 simulierte Szenarien der zweidimensionalen Normalverteilung. Reduktion auf $n = 20$. Die Durchmesser der Kreise sind proportional zu ihren neuen Wahrscheinlichkeiten.



Szenarioreduktion 2

- **Illustration:** Ausgangspunkt: N=10 000 simulierte Szenarien der zweidimensionalen Normalverteilung. Reduktion auf $n = 20$. Die Durchmesser der Kreise sind proportional zu ihren neuen Wahrscheinlichkeiten.



- Die Wahrscheinlichkeit jedes gestrichenen Szenarios wird zu der eines nächstgelegenen verbleibenden Szenarios addiert.

Zusammenfassung

Zusammenfassung

- Ausgehend von der statistischen Datenanalyse können univariate Verteilungen und multivariate Normalverteilungen für (Gruppen von) Exits geschätzt werden.

Zusammenfassung

- Ausgehend von der statistischen Datenanalyse können univariate Verteilungen und multivariate Normalverteilungen für (Gruppen von) Exits geschätzt werden.
- Mittels Monte Carlo Simulation kann eine größere Anzahl von Szenarien der statistischen Exits erzeugt werden. Eine Ergänzung durch Experten-Szenarien ist möglich.

Zusammenfassung

- Ausgehend von der statistischen Datenanalyse können univariate Verteilungen und multivariate Normalverteilungen für (Gruppen von) Exits geschätzt werden.
- Mittels Monte Carlo Simulation kann eine größere Anzahl von Szenarien der statistischen Exits erzeugt werden. Eine Ergänzung durch Experten-Szenarien ist möglich.
- Mittels Szenarioreduktion kann eine geringere Anzahl von Szenarien und deren Wahrscheinlichkeiten bestimmt werden, die das große Ensemble von ursprünglichen Szenarien gut repräsentieren.