Freie Universität Berlin
FB Mathematik und Informatik
Wintersemester 2017/18

Prof. Dr. Ralf Borndörfer
Vanessa Schreck

Lineare Algebra 2 (Lehramt)

Übungsblatt 13

Abgabe: bis Mi, 31.01.2018, 12:00 Uhr

Aufgabe 13.1 — 5+5 Punkte

Sei V ein n-dimensionaler unitärer Vektorraum und $f: V \to V$ ein Endomorphismus auf V. Seien zusätzlich λ und μ zwei verschiedene Eigenwerte von f.
Zeigen Sie, dass $Eig(f, \lambda) \perp Eig(f, \mu)$,

a) wenn f selbstadjungiert ist.

b) wenn f unitär ist.

Aufgabe 13.2 — 10 Punkte

Betrachten Sie den Vektorraum $\mathbb{C}^3$ mit dem komplexen Standardskalarprodukt. Orthonomalisieren Sie mit Hilfe des Gram-Schmidt-Verfahrens die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ i \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1+i \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 13.3 — 5+5 Punkte

Finden Sie für folgende Matrizen A eine Diagonalisierung der Form $D = S^{-1}AS$, sodass D diagonal ist und $S \in \mathbb{C}^{2\times 2}$:

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1+i \\ 1-i & 0 \end{pmatrix}$ und S unitär

Aufgabe 13.4 — 10 Punkte

Die Bilinearform s auf dem $\mathbb{R}^2$ sei gegeben durch $s(x, y) := 2x_1y_1 - x_1y_2 + x_2y_2 - x_2y_1$. Berechnen sie die Gramsche Matrix von s bezüglich der Basis $B = \{\binom{0}{2}, \binom{3}{3}\}$ und prüfen Sie, ob s ein Skalarprodukt ist.