

Lineare Algebra 2 (Lehramt)

Übungsblatt 2

Abgabe: bis Mi, 01.11.2017, 12:00(!) Uhr

Aufgabe 2.1

2+4+4 Punkte

Sei V ein K -Vektorraum und seien $f, g : V \rightarrow V$ Endomorphismen. Sei ferner λ Eigenwert von f und μ Eigenwert von g . Beweisen oder widerlegen Sie:

- a) $\lambda^2 + \lambda$ ist Eigenwert von $f^2 + f$.
- b) $\lambda + \mu$ ist Eigenwert von $f + g$.
- c) $\lambda \cdot \mu$ ist Eigenwert von $f \circ g$.

Aufgabe 2.2

10 Punkte

Für $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $f(x) = Ax$. Charakterisieren Sie die Matrizen A , für die jedes $x \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ ein Eigenvektor von f ist.

Aufgabe 2.3

10 Punkte

Berechnen Sie alle Eigenwerte und zugehörige Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2.4

3+3+4 Punkte

Wie muss der Parameter $a \in \mathbb{R}$ gewählt werden, damit die Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2a \end{pmatrix}$

- a) den Eigenwert 1 besitzt?
- b) den Eigenwert 2 besitzt?
- c) keine Eigenwerte besitzt?