

**4. Übungsblatt zur Vorlesung
Höhere Analysis
Sommersemester 2015**

Abgabe: 19.05.2015 in der Übung

Bitte beachten Sie:

*Die Aufgaben sollen in Zweiergruppen abgegeben werden. Auf jedem Übungszettel müssen die Namen **beider** Gruppenmitglieder stehen. Bitte tackern Sie Ihre Lösungen zusammen.*

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Transformieren Sie die Differentialgleichung

$$y'' + \omega^2 y + \beta y^3 = 0$$

in ein Differentialgleichungssystem 1. Ordnung.

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Klassifizieren Sie die beiden folgenden Differentialgleichungen entsprechend ihrer Ordnung, Linearität und Autonomität:

(a) $ty'' + e^t y' + y \cos(t) = t^3 \tan(t)$

(b) $y^{(4)} = y' \cdot (x^{(3)})^4 + y^2$

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Zeigen Sie: Sind $y_1(t)$ und $y_2(t)$ zwei Lösungen der linearen Differentialgleichung

$$y'(t) = a(t) \cdot y(t) + b(t),$$

so ist ihre Konvexkombination $\alpha y_1(t) + (1 - \alpha)y_2(t)$, $\alpha \in [0, 1]$, ebenfalls eine Lösung dieser Gleichung.

Aufgabe 4 (9 Punkte)

Berechnen Sie die Lösungen $y(t)$ der folgenden Differentialgleichungen oder Anfangswertprobleme. In welchem Bereich sind die Lösungen jeweils definiert?

(a) $(1 + t^2)^{1/2} y' = ty^3(1 + t^2)^{-1/2}$, $y(0) = 1$

(b) $ty' = y + \sqrt{t^2 + y^2}$, $y(1) = 0$ (Hinweis: Ähnlichkeitsdifferentialgl.)

(c) $y' = 3y + e^t \sin t$