

**5. Übungsblatt zur Vorlesung
Höhere Analysis
Sommersemester 2015**

Abgabe: 26.05.2015 in der Vorlesung

Bitte beachten Sie:

*Die Aufgaben sollen in Zweiergruppen abgegeben werden. Auf jedem Übungszettel müssen die Namen **beider** Gruppenmitglieder stehen. Bitte tackern Sie Ihre Lösungen zusammen.*

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Lösen Sie die folgende Differentialgleichung, indem Sie sie auf eine lineare Gleichung zurückführen:

$$y' = t(y + y^2), \quad y(0) = 1$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Betrachte die 1-dimensionale Differentialgleichung

$$y \cdot y' = -t.$$

- (a) Zeigen Sie, dass die implizit gegebene Funktion $y(t)$ mit

$$y^2 + t^2 = C$$

eine Lösung dieser Differentialgleichung ist, wobei C eine Konstante ist.

Finden Sie Anfangswertbedingungen (t_0, y_0) derart, dass das Anfangswertproblem $y \cdot y' = -t$, $y(t_0) = y_0$

- (b) genau eine Lösung,
- (c) mehr als eine Lösung,
- (d) keine Lösung

besitzt.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Geben Sie zwei verschiedene Lösungen des Anfangswertproblems

$$y' = -t\sqrt{|1 - y^2|}, \quad y(0) = 1$$

an. Warum ist dies kein Widerspruch zum (Existenz- und) Eindeutigkeitssatz von Picard-Lindelöf?

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Führen Sie die Picard-Iteration durch für das Anfangswertproblem

$$y'' + \lambda^2 y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Transformieren Sie dazu diese Gleichung in eine Differentialgleichung 1. Ordnung in den Variablen x und v , und benutzen Sie als Startfunktionen die konstanten Funktionen $x_0 \equiv 1$, $v_0 \equiv 0$. Gegen welche Funktionen konvergieren die entstehenden Potenzreihen?